

Alvin J. Martínez\*

## Dualidad matemática y calidad gerencial: una vislumbre del Karma en el ámbito económico-organizacional

*Y no le compadecerás: vida por vida,  
ojo por ojo, diente por diente,  
mano por mano, pie por pie.*

Deuteronomio 19:21

La gerencia, estimó W. Edwards Deming, es responsable del 85% de los problemas relacionados con la calidad de los productos y servicios generados por la empresa.<sup>1</sup> Joseph M. Juran, por su parte, en consonancia con su célebre principio de «los pocos vitales y muchos triviales», mejor conocido como el Principio de Pareto,<sup>2</sup> concluyó que la proporción de problemas nominalmente bajo el control de los gerentes, a diferencia de los operarios, rebasa el 80%.<sup>3</sup> Imagínese el lector que el 85% de las enfermedades, dolencias e infortunios corporales de la humanidad fuese causado o pasase desapercibido por los médicos. Considere el estado de cosas si al menos el 80% de las averías potenciales de la aeronave donde usted se encontrara volando se debiese a fallas directamente atribuibles a las labores de análisis, diseño y manufactura del aparato a cargo de los ingenieros. ¿Qué opinión, cabe preguntar, tendría un observador externo independiente de los individuos que integraran esas profesiones?

Los gerentes, por lo general, se conciben a sí mismos como profesionales. De manera que la comparación con médicos e ingenieros no es irrazonable,

---

### Resumen

Se analiza la calidad del desempeño gerencial a la luz del paradigma de optimización que ofrece el problema dual del modelo de programación lineal. Partiendo de esta postura teórica, se explora la relación entre decisión y acción gerencial en el plano de la realidad económica y el efecto global resultante producto de la reacción concomitante que surge en el plano matemático dual.

---

\*Catedrático Auxiliar, Departamento de Gerencia, Recinto de Río Piedras, Universidad de Puerto Rico

particularmente si nos referimos a egresados de programas académicos a nivel universitario en administración de empresas. ¿Qué tal si tomamos como observador independiente al distinguido físico, estadístico y consultor gerencial, W. Edwards Deming? A ver, ¿qué opinión tiene nuestro observador externo en torno a los gerentes? *Export anything except American management. At least not to friendly nations.*<sup>4</sup>

Siempre todo un caballero, el doctor Deming limitó diplomáticamente el alcance de su exégesis al desempeño demostrado por sus compatriotas. Pero, al igual que en numerosas otras cosas, en este minúsculo mundo de fines de siglo XX, la experiencia norteamericana en materia gerencial goza de relevancia universal. En efecto, la forma más fácil de eliminar del 80% al 85% de los problemas en la empresa, diría el sentido común, es despidiendo de remate a la gerencia.

Deming, Juran y Philip B. Crosby,<sup>5</sup> la célebre tríada del evangelio de la calidad total, junto con sus discípulos, han sembrado la buena semilla, aunque mucha es la esparcida entre espinos y cizaña y pedregal, aseguran algunos graneadores. El presente ensayo no pretende repetir el mensaje de estos ilustres analistas del antiguo y honorable arte gerencial. Lo escrito está. Nuestra encomienda, y aquí hago partícipe al lector que no se aparte del sendero en el plano de abstracciones por venir, es entender los principios que subyacen en la dinámica de la decisión, acción y reacción.

*To every action there is always an equal and opposite reaction.*

Isaac Newton

En el principio creó el hombre el concepto de ganancia. La mujer estaba increada. De acuerdo con este concepto, el propósito canónico de toda obra de naturaleza económica es el de maximizar ganancias. (En casos de proyectos sin fines de lucro, la meta equivalente sería el minimizar los costos por incurrirse, maximizando por ende el rendimiento de un presupuesto operacional dado.) Y vio el hombre lo que había ideado, y entendió que era ventajoso. Ahora bien, lo que este hombre parece que nunca logró comprender –brillante apoteosis de la evolución natural que él se autoestimara no obstante– es que en el huerto donde estaba plantado había dos tipos de árboles, a saber: árboles comunes y corrientes, y el árbol de la ciencia del bien y del mal, el árbol que encarna dualidad. El vital árbol de la vida jamás se alcanzó ver. Consabida es la historia de cómo vino el

hombre a comer del árbol dual. Y, por cuanto escogió el hombre la fruta reactiva, su mundo vino a ser uno dual.

Dualidad significa la condición de existir simultáneamente dos estados de situación relativos a una circunstancia particular. Por ejemplo, en el mundo de los negocios, la circunstancia preeminente es la transacción comercial de intercambio. Ésta surge, en su aspecto más sencillo, cuando dos partes llegan a cierto acuerdo de interés mutuo. La dualidad aquí consiste en que para una parte la transacción es una compra mientras que para la otra parte se trata de una venta. No es posible hablar de compra sin venta, y la obligatoriedad de la dualidad inmanente al suceso se reconoce explícitamente con el término dualista «compraventa».

La propiedad de dualismo no se limita a situaciones de carácter social. Tal parece que en el mundo donde nos tocó vivir, un mundo casi - aunque no perfectamente - simétrico, la dualidad es fundamental.<sup>6</sup> Si bien la física newtoniana sentó las bases de un dualismo material simétrico, el cual es particularmente evidente al examinar el rol de la dimensión temporal en la mecánica clásica, la física relativística einsteiniana generalizó la aplicabilidad de esa conceptualización.<sup>7</sup> La dualidad es eminentemente relativa.<sup>8</sup> La notoria mecánica cuántica, por otro lado, anatema del buen doctor Einstein, confirmó que la dualidad material, en su sentido físico más amplio, indefectiblemente es, aunque es indefectiblemente incierta.<sup>9</sup>

Ahora bien, siendo las cosas como son, cabe preguntar: ¿dónde exactamente es que surge la dualidad dentro del contexto gerencial? Para contestar esta pregunta adoptaré como premisa el que la quintaesencia de la actividad gerencial es la toma de decisiones. Ciertamente los gerentes realizan mil y una cosa más en la empresa, faenas tradicionalmente resumidas como planificación, organización, provisión de liderazgo y de control.<sup>10</sup> Pero todas esas labores requieren de una destreza básica: la capacidad para tomar buenas decisiones. Nótese el énfasis en que las decisiones sean –buenas–, es decir, de reconocida calidad. Cualquiera puede tomar malas decisiones; eso no requiere destreza alguna. Lo que destaca al gerente profesional competente de un mero diletante es que el perito, ella o él, sabe tomar decisiones certeras.

Una buena decisión organizacional es aquella que viabiliza el que la empresa logre sus metas y objetivos. Recordemos que en el huerto quedó establecido que el propósito canónico de la actividad económica es la maximización de ganancias (o su equivalente, la minimización de costos operacionales dado cierto nivel de actividad). De manera que la meta es clara.

Pero como bien aprendió tanto el hombre como la mujer, en el reino material siempre hay restricciones. No es posible hablar de maximización en la esfera económica sin tomar en cuenta las restricciones aplicables al problema bajo consideración, pues son precisamente las restricciones las que *definen matemáticamente los puntos factibles de ganancias máximas* al determinar cuáles alternativas de decisión —y, por consiguiente, de acción— son en efecto realizables.

Esa dualidad entre meta y restricción propia de toda decisión económica es sólo un aspecto subordinado a la gran dualidad inherente al proceso gerencial en general. Percibir esta dualidad general se hace más fácil si abordamos el asunto por medio de un ejemplo. Considere el lector el caso de un fabricante de finos muebles de caoba. Supongamos que fabrica solamente dos productos: sillas y sillones, y que para ello emplea dos recursos limitados: madera y mano de obra. Según la perspectiva del fabricante, su problema consiste en determinar la cantidad de sillas y sillones por fabricar, de tal forma que maximice sus ganancias. En efecto, el fabricante reconoce un problema matemático de dos incógnitas o dimensiones: cuántas sillas y cuántos sillones por fabricar. Ésa es la visión común y corriente ante este problema, conocido como el problema de mezcla de producto. La manera legal de enfocar este problema es simple: fabricar lo máximo posible del producto más rentable y emplear los recursos excedentes, si alguno, en el otro producto. De aún existir algún sobrante de uno u otro recurso, pues, ni modo: se hizo lo mejor que se pudo, ¿no?

En realidad, nuestro fabricante no hizo lo mejor que pudo haber hecho. La visión ordinaria descrita anteriormente no es la correcta para determinar la solución óptima al problema de mezcla de producto con recursos limitados. La falla consiste en visualizar el problema como uno de *dos* dimensiones: las cantidades de productos por fabricarse, en vez de conceptualizar el cuadro económico completo consistente de *cuatro* dimensiones: las cantidades por fabricarse de cada producto *más* las dos restricciones impuestas por la disponibilidad limitada de los recursos; restricciones que *definen matemáticamente los puntos factibles de ganancias máximas*. Ajena al conocimiento del dualismo dimensional del problema económico, la visión ordinaria subsiste feliz en su ignorancia de la realidad matemática. Es precisamente debido a esta ignorancia que se traga la gente cuanto fruto reactivo se le presenta.

Pero aún hay más. Ese dualismo dimensional entre metas y restricciones es el aspecto subordinado mencionado anteriormente, no la dualidad ge-

rencial general. Desde el punto de vista global, el verdadero problema del fabricante no es determinar cuántas sillas y sillones producir con los recursos a su disposición, sino —y he aquí la dualidad general— cómo emplear los recursos disponibles de tal forma que maximice su utilidad general. Es enteramente posible que la mejor decisión sea la de producir *ceros* sillas y *ceros* sillones, de manera que se pueda fabricar, digamos, gabinetes y roperos, y mesas y escritorios con una rentabilidad aún mayor. Mientras el fabricante tenga metido entre ceja y ceja que sus alternativas de decisión se limitan a cantidades de sillas y sillones por fabricarse, jamás concebirá el mundo de posibilidades que le ofrecen los recursos a su disposición. Podría, como gerente, ser considerado ignorante, mediocre o poseedor de pobres destrezas, tal vez pusilánime, irrespectivamente de que su negocio rindiese. Esto no debe sorprender a nadie, pues la misión de todo gerente va más allá de simplemente resolver problemas: el buen gerente capitaliza sus oportunidades. De eso es que se trata la calidad total gerencial.

El fenómeno de la dualidad, lejos de ser una mera interpretación subjetiva de un leve detalle económico, tiene su génesis en el riguroso reino de las matemáticas. En particular, surge formalmente como hecho fundamental de la programación lineal.<sup>11</sup> Esta área de la programación matemática trata problemas de optimización constreñida donde todas las relaciones funcionales del modelo son lineales.<sup>12</sup> El caso del fabricante de muebles es ejemplo típico de problemas de esta índole. La propiedad de linealidad se refiere a que tanto la función generatriz de ganancias como las restricciones son descritas por ecuaciones lineales. Esto implica que las ganancias y el consumo de recursos se presumen proporcionales a las cantidades de productos fabricados, un supuesto razonable. La dualidad también surge en la programación no lineal, pero sus efectos no necesariamente son proporcionales. Debido a razones de probabilidad matemática, la programación lineal también presupone condiciones ideales de total certidumbre con respecto a los parámetros (coeficientes constantes) del modelo, pero esto tampoco afecta la existencia de dualidad en modelos estocásticos de optimización. El descubrimiento inequívoco del fenómeno de la dualidad en la programación lineal ocurre en 1947 y se debe al eminente matemático John von Neumann,<sup>13</sup> cofundador con Oskar Morgenstern de la teoría de juegos. Surge la dualidad de manera correspondiente bajo el nombre del Teorema Minimax.

El hallazgo de von Neumann, vislumbrado también de manera independiente por George B. Dantzig, descubridor del algoritmo *símplex* (el

método de solución original para programas lineales), y por Abraham Wald,<sup>14</sup> consiste en afirmar que para todo problema de maximización de ganancias derivadas de unos productos, sujeto a ciertas restricciones de disponibilidad de recursos (dicho problema se denomina el primal), existe siempre un problema dual de minimización de costos de oportunidad de esos recursos sujeto a ciertas restricciones de rentabilidad, impuestas por la contribución unitaria sobre ganancias de cada producto del problema primal. Además, la solución óptima de la función objetivo de ambos problemas, de existir (o sea, de ser los problemas solubles), es numéricamente igual. Ese es el Teorema Dual.

*–Have you guessed the riddle yet?, the Hatter said, turning to Alice again.  
–No, I give it up, Alice replied: what's the answer?  
–I haven't the slightest idea, said the Hatter.*

Lewis Carroll  
*Alice's Adventures in Wonderland*

Algunas observaciones están en orden antes de continuar, para evitar posibles malentendidos. Una interpretación no del todo desconocida que no debe aceptarse es la de que dualidad implique la coexistencia de dos problemas separados para la gerencia. Dualidad, recordemos, significa la existencia simultánea de dos estados de situación relativos a una misma circunstancia particular. Puesto de otro modo, ante un problema de decisión económica surgen dos formas de conceptualizarlo, pero el problema es el mismo. Estas vertientes no son meras interpretaciones subjetivas de quien toma la decisión; son realidades concretas y objetivas, intrínsecas al problema, que no dependen de persona alguna en lo absoluto. Resumiendo, las vertientes son distintas (son reflexivas), pero el problema subyacente es uno y el mismo. La equivalencia de los problemas primal y dual tanto en programación lineal como no lineal ha sido analizada por Pravin K. Johri, quien llega a la misma conclusión.<sup>15</sup> Lo importante –e interesante– es lo siguiente: de tomarse acción sobre una decisión subóptima en el «mundo primal», simultáneamente se obliga una «reacción» superóptima –léase, *no factible*– en el «mundo dual».<sup>16</sup> Como el dual de lo superóptimo es lo mediocre, podemos confiar en que las inexorables consecuencias dinámicas del disparate dual no tardarán en azotar al primal. Naturalmente, esto de la «tardanza», dadas las notorias peculiaridades del tiempo, es irremediablemente relativo.

*I think you might do something better with the time [Alice said, -] than waste it in asking riddles that have no answers.*

*–If you knew Time as well as I do, said the Hatter, you wouldn't talk about wasting it.*

Examinemos las consecuencias del acertijo de la dualidad, para no perder más el tiempo. Prescribe el canon de la eficiencia económica, promulgado allá en el huerto, que la mejor decisión de nuestro viejo amigo, el fabricante de muebles, es aquella que maximice ganancias fabricando sillas y sillones, sujeto a las restricciones aplicables a los recursos. Esa es la decisión óptima primal. En el maravilloso mundo de la dualidad, sin embargo, la decisión correspondiente sería la de emplear juiciosamente los recursos caoba y labor de tal forma que los productos por fabricarse —fuesen éstos los que fuesen— rindiesen al menos la ganancia óptima que sabemos se puede lograr fabricando sillas y sillones, productos no hipotéticos, sino reales. Ahora bien, a diferencia del mundo primal, el cual está constituido por sillas y sillones sumamente tangibles y unos inventarios perfectamente contabilizables de fina caoba y horas de magistral ebanistería, en el etéreo mundo dual existe en principio una infinita variedad de productos potenciales más ciertos acervos de utilidad económica referentes a los recursos, que se miden en términos de ganancias proporcionales, generables por sillas y sillones. Valga la aclaración que no todo producto potencial ha de ver la luz del sol primal, no señor, o señora. Sólo aquellos productos potenciales que generen por lo menos ganancias equivalentes, en proporción a los recursos que consuman, a las que producen las sillas y sillones podrán cruzar la frontera del espejo mágico del país de las maravillas y entrar al reino de la realidad primal, suponiendo inteligencia racional, claro está. De no figurar tales productos en el mundo dual, en el primal habrá sólo sillas y sillones, de ser el fabricante un gerente racional. Pero de ser los roperos proporcionalmente más rentables, irrumpirían en la realidad primal— nuevamente, de ser el fabricante cuerdo y sensato. Descubrimos, por consiguiente, un criterio claro y preciso para calibrar la calidad del desempeño gerencial.

Eso es obvio, dirán algunos. ¿A quién en sus cabales se le ocurriría no emplear los recursos juiciosamente? Recordemos que en el mundo real existen múltiples y variadas restricciones, y toda clase de gerentes. No sólo de disponibilidad de recursos tratan las restricciones, sino de cuanto límite financiero, tecnológico, de mercado, de estándares de calidad,

contractuales, legales y éticos, entre otros, aplique a la situación. La dimensión matemática de un problema sencillo de la vida real fácilmente excede la capacidad mental del homo sapiens, ni hablar del espacio dual. *Y guardaos de los ciegos guías de ciegos. Considerad los habitantes de cierto lejano país, Gondwanaland.* Los gondwanalandenses, ricos en espíritu, reconocen que su recurso económico cumbre es el recurso humano. No obstante, en el momento de tomar decisiones sobre la asignación de estos recursos, los gerentes gondwanalandenses –grandes y chicos, públicos y privados, mujeres y hombres, clericales y profanos– conscientemente efectúan asignaciones pésimas continuamente; de esquina a esquina en su diminutísimo espacio-tiempo primal. Pregunta: si la reacción dual corresponde a la acción primal, ¿qué sucede como consecuencia en el mundo dual de Gondwanaland? ¿No se violan las restricciones de aquel espacio? ¿En qué estado ha de encontrarse ese lugar? ¿Será posible que de ese sitio salga algo cuerdo? Mirad y ved: los últimos son los primeros. Y son los que entran al mundo primal. Porque escrito está: el dual del dual es el primal.<sup>17</sup> Ésta es la propiedad de simetría. Tan real es la reacción dual con respecto a la acción primal como lo es el eco primal relativo al reflejo dual. Ésa es la ley natural, aseguran los entendidos.

¿Se pregunta usted a veces por qué están las cosas en el mundo como están? El problema de nuestro amigo el fabricante de muebles es un mero subproblema de esa industria particular. Sus problemas forman, en conjunto, otro subproblema del maxiproblema de la economía del país. Éste es un mero aspecto del megaproblema de la economía mundial, que es apenas uno de la miríada de diez que insolubles grandes problemas de la humanidad. Toda violación primal no sólo engendra un caos dual sino que restringe aún más el espacio factible del problema de mayor jerarquía, y afecta tanto a ese primal como a su dual. Toda restricción es inexorablemente ineludible, a nivel de fría precisión matemática. Las consecuencias son inevitables; es tan sólo cuestión de tiempo. El tiempo es la cuarta dimensión del mundo físico primal. No sabemos, igual que Alicia, a qué corresponde el tiempo en el plano análogo dual, y a su vez a qué correspondería el dual de ese dual. Lo que sí parece estar claro es que cada mala decisión a nivel microprimal coarta el potencial del espacio de posibles soluciones a problemas de mayor envergadura. Y los efectos cumulativos no tardarán en rebotar, la notoria «tardanza» es, por supuesto, relativa. Por esa tardanza relativa, la dualidad no parece ser real. Cabe preguntar: ¿cuán grande sería el efecto global? Pues, tampoco tengo la más leve idea, pero, a mi

modo de verlo, yo diría que es altamente probable que el impacto reactivo en el plano primal fluctúe entre un 80% y un 85% de los problemas de la humanidad.

*Considering, also, your own dharma, you should not waver;  
for to a kshatriya nothing is better than a righteous war.*

Sri Krishna  
*The Bhagavad Gita*<sup>18</sup>

## Notas

1. Artemis March y David A. Garvin, "A Note on Quality: The Views of Deming, Juran, and Crosby", *TQ: 1986*, Caso 9 - 687-011, Boston: Harvard Business Review Publishing Division, 1990: 18.
2. J. M. Juran, "The Non - Pareto Principle; Mea Culpa", *Juran on Quality by Design: The New Steps for Planning Quality into Goods and Services*, Nueva York: Free Press, 1992: 68-71.
3. Artemis March, y David Garvin, "A Note on Quality: The Views of Deming, Juran, and Crosby", *TQ: 1986*, caso 9 - 687 - 011, Boston: Harvard Business Review Publishing Division, 1990: 22.
4. Rafael Aguayo, *Dr. Deming: The American Who Taught the Japanese About Quality*, Nueva York: Fireside, 1990: 28.
5. Philip B. Crosby, *Quality is Free*, (Nueva York: Mc Graw - Hill, 1979).
6. Heinz R. Pagels, *Perfect Symmetry: The Search for the Beginning of Time*, (Nueva York: Simon & Schuster, 1985).
7. Paul Davies, *About Time: Einstein's Unfinished Revolution*, (Nueva York: Simon & Schuster, 1995).
8. Michio Kaku, *Hyperspace: A Scientific Odyssey Through Parallel Universes, Time Warps, and The Tenth Dimension*, (Nueva York: Oxford University Press, 1994).
9. Roger Penrose, *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and The Laws of Physics*, (Nueva York: Oxford University Press, 1989).
10. James A.F. Stoner, R. Edward Freeman, *Management*, 5a ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice -Hall, 1992: 8-9.
11. David Gale, *The Theory of Linear Economic Models*, Chicago: The University of Chicago Press, 1960: 8.
12. David G. Luenberger, *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*, Reading, Massachusetts Addison - Wesley, 1973: 11.
13. George B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*, Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1963: 24.
14. *Ibid.*, p. 23.
15. Pravin K. Johri, " Derivation of duality in mathematical programming and optimization theory", *European Journal of Operational Research*, 73:3, 24 de marzo de 1994: 547 - 554.
16. Frederick S. Hillier y Gerald J. Lieberman, *Operations Research*, 2a ed., San Francisco: Holden -Day, 1974: 85 - 91.
17. *Ibid.*, p. 93.
18. *The Bhagavad Gita*, traducción de Swami Nikhilananda, Nueva York: Ramakrishna - Vivekananda Center, 1979: 81.

