Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro al 4to)[1]

Constance Kamii & Ann Dominick
Traducción de Nellie Zambrana

RESUMEN

Este trabajo resume la evidencia recopilada desde los años 1970 en contra de la enseñanza de algoritmos en escuela primaria, con el propósito de promover la idea contraria: que hay que estimular a los niños a aplicar sus propios procedimientos mentales en la solución de problemas aritméticos, para así fomentar la construcción de conocimiento. Las autoras demostraron los efectos perjudiciales que tiene enseñar mecánicamente a los niños de nivel elemental conceptos como "llevar" y "tomar prestado". Estas observaron y documentaron que niños de segundo, tercero y cuarto grados inventan procedimientos para sumar, por ejemplo, 7 + 52 + 186, y obtienen respuestas correctas más frecuentemente que aquellos a quienes se les había enseñado mediante algoritmos. Las respuestas incorrectas de los alumnos que no usaron algortimos fueron más razonables (e.i. 235) que las de aquellos a quienes se les enseñaron los algoritmos (e.i., 989 y 29). Concluyeron que enseñar estas reglas es perjudicial para la mayoría de los niños porque (a) los desanima a pensar por ellos mismos y (b) no enseña apropiadamente el concepto de valor posicional del dígito.

Palabras clave: algoritmos en grados elementales, alentar pensamiento matemático, enseñanza de "llevar" y "tomar prestado", reglas, construccionismo piagetiano, suma y resta de dígitos múltiples

ABSTRACT

This article summarizes the evidence collected since the 1970s againts algorithm teaching, in order to promote the contrary: encounraging children to execute their thinking about arithmetic problems in order to construct knowledge. The harmful effects of teaching “carrying” and “borrowing” were demonstrated by asking second, third, and fourth graders to mentally solve problems like 7 + 52 + 186. The children who had not been taught these algorithms gave correct answers much more frequently, and the errors they make were much more reasonable (e.g., 235) than the errors made by students who were taught these rules (e.g., 989 and 29). It was concluded that teaching these rules is harmful to the great majority of students because (a) it makes students give up their own thinking, and (b) it “unteaches” place value.

Keywords: teaching “carrying” and “borrowing”, algorithms in the early grades, multi-digit addition and subtraction, place value in grades 1-4, teaching rules, encouraging students' own thinking

Entre los algortitmos y las ideas lógicas de los niños

Comenzando en la década del 1970, investigadores como Ashlock (1972, 1976, 1982) y Brown y Burtonhan (1978) documentaron las erróneas, pero consistentes maneras en las cuales los niños inadvertidamente cambian los algoritmos para el cómputo de números con múltiples dígitos. Las reglas que los niños y niñas[2] inventan nos dicen que ellos se enfocan en tratar de recordar los pasos para resolver el problema en vez de resolverlos lógicamente.

Aunque muchos investigadores han estudiado los infructuosos esfuerzos que hacen los niños para usar los algortimos convencionales, otros han informado los asombrosos procedimientos[3] que inventan muchos niños, adolescentes y adultos para resolver problemas artiméticos. Cochran, Barson y Davis (1970), por ejemplo, describieron cómo un niño de 8 años resolvía 62 - 28: primero 60 - 20 = 40, luego, 2 - 8= -6, y finalmente, 40 - 6= 34. Hallazgos similares se han informado en Argentina (Ferreiro, 1988; comunicación personal,1976), Países Bajos (ter Heege, 1978), Inglaterra (Plunkett, 1979) y Africa del Sur (Murray & Oliver, 1989).

Para la década de 1980, algunos investigadores se cuestionaron muy seriamente si era sabio enseñar los algoritmos convencionales. En Brazil, Carraber, Carraber y Schliemann (1985) y Carraber y Schliemann (1985) compararon las respuestas de niños que usaron algoritmos con aquellos que usaron sus propios procedimientos. Haciéndose pasar por un “cliente”, por ejemplo, el investigador preguntó a un niño vendedor ambulante cuánto costarían cuatro cocos si uno solo costaba 35 cruzeiros.[4] El niño contestó, “Tres costarán 105, más …35…140!” (Carraber, Carraber y Schliemann, 1985, p.26). En otra entrevista, sin embargo, el mismo niño escribió 200 como respuesta a la misma pregunta, como se muestra en la Figura 17.1, y explicó: "Cuatro veces 5 es 20, tomas prestado el 2; 2 más 3 es 5, multiplicado por 4 es 20" (p.26).

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2} \\ 35 \\ \times 4 \\ \hline 200 \end{array}$$

Figura 1. 17.1. La forma en que un niño brasileño usa el algoritmo.

Los investigadores concluyeron que los niños que usan sus propios procedimientos muy probablemente produzcan más respuestas correctas que aquellos que tratan de usar los algoritmos. Así comenzaron a pensar que los algortimos eran más una interferencia en vez de aligerar el proceso. Jones (1975), en Inglaterra, Vakali (1984), en Grecia, y Dominick (1991), en los Estados Unidos, llegaron a la misma conclusión.

Algunos investigadores en los 90's fueron más allá y concluyeron que los agoritmos son dañinos para los niños. Narode, Board, y Davenport (993) compararon las respuestas de niños de segundo grado antes y después de enseñarles los algortimos y concluyeron que los niños perdían conocimiento conceptual cuando aprendían esas reglas. Kamii (1994) comparó niños de segundo a cuarto grado a quienes se les había enseñado algún algoritmo con otros a quienes no se les había enseñado ninguno y encontró que aquellos que usaron su propio pensamiento tuvieron más respuestas correctas y tenían mejor conocimiento del valor de la posición. También señaló que los algoritmos que son ahora convencionales han sido el resultado de siglos de construcciones hechas por matemáticos adultos. Aunque no es necesario que los niños pasen por la historia de cada paso, sería poco realista esperar que se salten o ignoren el proceso entero de construcción subyacente.

Muchos algoritmos que fueron convencionales siglos atrás revelan ser un paralelo entre la construcción del razonamiento numérico de un individuo y la construcción de la humanidad de esas mismas reglas. Por ejemplo, algunos indúes sumaban 278 y 356 en una pizarra de "polvo" de la siguiente manera (Groza, 1968):

278	———	578	———	628	———	634
356		56		6		

En este algoritmo, 200 y 300 de 278 y 356 fueron sumados primero y borrados, y luego cambiados a 500 (el "5" de 578). El próximo paso fue sumar 70 y 50, borrarlos junto al 500 y cambiarlos a 620 (el "62" de

628). El 8 y el 6 fueron entonces sumados y restados, al igual que el 2, y cambiados a 34.

Algunos líderes en el campo de la enseñanza de las matemáticas también comenzaron a decir que deberíamos parar de enseñar algortimos porque no le hacen ningún sentido a la mayoría de los niños y porque desalientan el pensamiento lógico en éstos. Los argumentos más convincentes, basados en estudios sistemáticos de niños en salones de clases, fueron esbozados por Madell (1985), Buerns (1994), y Leinwand (1994).

El propósito de este artículo es presentar la evidencia que nos lleva a la convicción de que los algoritmos no sólo no son útiles para el aprendizaje de la artimética, sino también atrasan y detienen el desarrollo del razonamiento numérico del niño. Comenzaremos discutiendo el marco teórico piagetiano, luego nuestros datos y finalmente discutiremos las descripciones de las observaciones hechas por los maestros.

La investigación basada en el construccionismo de Jean Piaget

La distinción que Piaget hizo entre los tres tipos de conocimiento basado en su fuente esencial muestra por qué enseñar los algoritmos convencionales no fomentan el aprendizaje matemático en los niños. Los tres tipos de conocimiento que disntiguió son el físico, el social y el lógico-matemático.

El *conocimiento físico* es el conocimiento de los objetos en la realidad externa. El color y peso de un bloque son ejemplos de propiedades físicas que están *en los objetos* en la realidad externa y que pueden ser conocidas empíricamente vía la observación.

Ejemplos de *conocimiento social (convencional)* son las festividades, como el 4 de julio, el lenguaje escrito y el hablado, así como la palabra *bloque*. Mientras que la fuente esencial del conocimiento físico está en los objetos, la del conocimiento social está en las convenciones que hacen las personas.

El *conocimiento lógico-matemático* consiste de relaciones mentales, y la fuente esencial de esas relaciones es la acción mental de cada persona. Por ejemplo, cuando el niño sabe que una cantidad combinada con otra resulta en una cantidad mayor esto es el resultado de su propia acción mental sobre las relaciones. Cualquier otra persona puede explicar esta relación, pero la misma no se convierte en conocimiento del niño hasta que éste establece la relación. De la misma forma, un adulto puede explicarle a un niño el algoritmo para la suma de números de dos dígitos. Sin embargo, escuchar la explicación de la maestra no asegura que el niño realice o establezca la relación mental sobre cómo combinar las dos cantidades.

Una característica del conocimiento lógico-matemático es que no hay nada arbitrario en él. Por ejemplo, sumar 356 a 278 resulta en 634 en todas las culturas. El regla social convencional, o algoritmo, que establece que uno tiene que sumar primero las unidades, luego las decenas y luego las centenas es arbitraria. La enseñanza de los algoritmos está basada en la suposición errónea de que las matemáticas son una herencia cultural que tiene que ser *transmitida* a la próxima generación.

El constructivismo de Piaget y los más de sesenta años de investigación científica hecha por él y otros, alrededor del mundo llevaron a Kamii a establecer la siguiente hipótesis: Los niños en grados primarios deberían ser capaces de inventar su propia aritmética sin la instrucción que ahora reciben de libros de texto y cuadernos de trabajo. Esta hipótesis ha sido ampliamente verificada, como se documenta en Kamii (1985, 1989b, 1994).

Un producto significativo derivado de tal investigación fue el hallazgo de que cuando se estimula a los niños a pensar en sus propias ideas sobre cómo sumar, restar y multiplicar números con múltiples dígitos, siempre comienzan por los números grandes, como las decenas, y luego suman las unidades. Como puede verse en la Figura 17.2 y en Kamii (1989a, 1989b, 1994), este hallazgo confirma el enunciado de Madell (1985), que cuando se alienta a los niños a pensar en sus propias formas de sumar, *universalmente* lo hacen de izquierda a derecha" (p. 21).

Otro hallazgo significativo fue que al final del segundo y tercer grado, los niños que están tomando clases o lecciones constructivistas consistentemente superan a aquellos de salones tradicionales donde se enseñan los algoritmos. Hipotetizando que los algoritmos son dañinos a los niños, Kamii comparó la ejecución de aquellos a los que nunca se les había enseñado estas reglas convencionales (algoritmos) con los que sí se las habían enseñado. En la escuela donde trabajó entre 1989 y 1991, algunos maestros enseñaron algoritmos mientras que otras no, de acuerdo a la siguiente distribución:

Grado 1ro - Ninguno de los cuatro maestros enseñó algoritmos.
Grado 2do - Uno de los tres maestros enseñó algoritmos; de los otros dos, uno convenció a los padres a no enseñarlos en las casas tampoco.
Grado 3ro - Dos de los tres maestros enseñaron algoritmos.
Grado 4to - Los cuatro maestros enseñaron algoritmos.

18 +17	10 + 10 = 20 8 + 7 = 15 20 + 10 = 30 30 + 5 = 35	10 + 10 = 20 8 + 2 = otro diez 20 + 10 = 30 30 + 5 = 35	10 + 10 = 20 7 + 7 = 14 14 + 1 = 15 20 + 10 = 30 30 + 5 = 35
44 -15	40 – 10 = 30 4 – 5 = 1 menor que 0 30 – 1 = 29	40 – 10 = 30 30 – 5 = 25 25 + 4 = 29	40 – 10 = 30 30 + 4 = 34 34 – 5 = 29
135 x 4	4 x 100 = 400 4 x 30 = 120 4 x 5 = 20 400 + 120 + 20 = 540	4 x 100 = 400 4 x 35 = 70 + 70 = 140 400 + 140 = 540	

Figura 17.2. Procedimientos inventados por niños para la suma, resta y multiplicación

Todas los grupos eran heterogéneos y comparables (el director de la escuela mezcló a todos los niños de todos los grados y los distribuyó lo más aleatoriamente posible antes de comenzar el año escolar). Los estudiantes transferidos de otras escuelas también fueron distribuidos aleatoriamente entre todos los grupos.

Uno de los problemas que, durante la entrevista, Kamii solicitó a cada niño que resolviera mentalmente fue 7 + 52 + 186 (ó 6 + 53 + 185). Las respuestas ofrecidas por los niños de segundo, tercer y cuarto grado se presentan en tablas 17.1 a la 17.3. Se puede ver en las tablas 17.1 y 17.2 que los grupos “Sin algoritmos” de segundo y tercer grado produjeron los porcentajes más altos de respuestas correctas (45% y 50% respectivamente). Es también evidente que los grupos de segundo y tercer grado “Sin Algoritmos” produjeron más respuestas correctas que todos los grupos de cuarto grado (Tabla 17.3), a los cuales les enseñaron los algoritmos.

Lo más significativo son las respuestas incorrectas recogidas en las tablas 17.1 a la 17.3. Todas las contestaciones erróneas dadas en cada grupo aparecen en esas tablas. Las líneas entrecortadas a través de la mitad de cada tabla indican el rango de respuestas que se pueden considerar razonables. Se puede ver en la tabla 17.1 que las respuestas incorrectas de los grupos de clases “Sin algoritmos” fueron más razonables que las respuestas incorrectas de los grupos de clases “Con Algoritmos” (el grupo más expuesto a los algoritmsos en sus casas quedó en el medio.). En el tercer grado (Tabla 17.2), también, las respuestas incorrectas de las

Tabla 17.1
Respuestas a 7 + 52 + 186 dadas por los tres grupos de estudiantes de segundo grado en mayo de 1990

Algoritmos $n = 17$	Algunos algoritmos aprendidos en el hogar $n = 19$	Ningún algoritmo $n = 20$
9308		
1000		
989		
986		
938	989	
906	938	
838	810	
295	356	617
		255
		246
245 (12%)	245 (26%)	245 (45%)
		243
		236
		235
200	213	138
198	213	—
30	199	—
29	133	—
29	125	—
—	114	
—	—	
	—	
	—	

Nota. Espacios en blancos indican que el niño o la niña declinó tratar el problema.

clases “Sin algoritmos” fueron más razonables que las respuestas incorrectas que daban las clases “Con algortimos”. Los estudiantes de cuarto grado (Tabla 17.3), quienes habían tenido un año adicional de algoritmos, ofrecieron respuestas incorrectas que fueron aun menos razonables que los estudiantes de tercer grado de las clases “Con algoritmos”. En el cuarto grado, hubo más respuestas en los 700s y 800’s, e incluso respuestas de cuatro y cinco dígitos. Un nuevo síntoma además se manifestó en el cuarto grado: Respuestas como “4, 4, 4”, consistentes de un solo dígito, demuestran que los niños estaban pensando en tres columnas independientes.

Tabla 17.2

Respuestas a 6 + 53 + 185 dadas por los tres grupos de estudiantes de tercer grado en mayo de 1991

Algoritmos n = 19	Algoritmos n = 20	Ningún algoritmo n = 10
	800 + 38	
838	800	
768	444	
533	344	284
246		245
244 (32%)	244 (20%)	244 (50%)
235	243	243
234	239	238
	238	
	234	
213	204	221
194	202	
194	190	
74	187	
29	144	
—	139	
—	—	
	—	

Nota. Espacios en blancos indican que el niño o la niña declinó tratar el problema.

Por qué los algortimos son dañinos

Tenemos dos razones para decir que los algoritmos son dañinos: 1) promueven que los niños renuncien a desarrollar su propio pensamiento y 2) "no enseñan" el valor posicional del dígito, y con esto se previene que los niños desarrollen significado numérico.

Como señalamos antes, cuado los niños inventan su propios procedimientos, resuelven los problemas de izquierda a derecha. Debido a que no hay conciliación posible entre ir hacia la derecha e ir hacia la izquierda como el algoritmo requiere, los niños dejan de pensar en sus propias formas de resolver los problemas matemáticos para así usar los algoritmos.

Cuando escuchamos a los niños usar el algoritmo para hacer:

$$\begin{array}{r} 89 \\ +\quad 34 \\ \hline \end{array}$$

por ejemplo, podemos escucharles decir: "Nueve y cuatro es trece. Ponemos abajo el tres; nos llevamos el uno. Uno y ocho es nueve, más tres es doce…" El algoritmo es conveniente para los adultos, quienes ya saben que "uno", "ocho" y "tres" representan 10, 80 y 30. Sin embargo, para niños de grados primarios, quienes tienden a pensar que el "8" significa ocho, y así sucesivamente, el algoritmo solo refuerza este error (el de no pensar en decenas). Las respuestas incorrectas que dieron los niños en las clases "Con algoritmos", presentados en las Tablas 17.1 a la 17.3, demuestran que a través del algortimo "no se enseña" el valor posicional del número y esto evita que los niños desarrollen conciencia numérica. Los niños de todas las clases donde se enseñó con algoritmos no se dieron cuenta de que sus respuestas de 144, 783 y las subsiguientes no tenían lógica razonable para 6 + 53 + 185.

La mayoría de los niños en las clases donde no se enseñaron algoritmos regularmente comenzaron diciendo, "Ciento ochenta y cincuenta es doscientos treinta". Esta es la razón por la cual sus errores tenían una lógica razonable aún cuando dieron la respuesta incorrecta. Aquellos en las clases "Con algoritmos", sin embargo, típicamente dijeron, "Seis y tres es nueve, más cinco es catorce. Bajo el cuatro; arrastro el uno…" Muchos de ellos sumaron 6 (el primer sumando) al 1 en 185 (el tercer sumando) y obtuvieron una respuesta cerca de los 700s u 800s.

Observaciones en los salones de clases

Los efectos negativos de los algoritmos se volvieron aún más evidentes cuando, en 1991-92, una de las maestras de cuarto grado, Cheryl Ingram, decidió cambiar la forma de enseñar por un enfoque constructivista. Una de las maneras en que ella trató de debilitar la dependencia de los niños en los algoritmos fue escribiendo en la pizarra problemas como 876 + 359, de forma horizontal, y luego solicitando a los estudiantes que inventaran distintas maneras de resolverlos sin usar lápiz y papel. Según los niños voluntariamente explicaban cómo conseguir las respuestas de 1235 usando los algoritmos mentalmente, ella escribía exactamente lo que le decían de cada columna (6 + 9 = <u>15</u>, 7 + 5 + 1 = <u>13</u>, y 8 + 3 + 1 = <u>12</u>) como sigue:

$$\begin{array}{r} 15 \\ 13 \\ +\quad 12 \\ \hline 40 \end{array}$$

Luego de que el niño finalizó de explicar cómo obtenía la respuesta de 1235, Maestra Ingram le dijo, "Pero siguiendo tu método, si yo pongo 15, 13 y 12 juntos, tengo 40 como respuesta. ¿Cómo es que tú obtienes

Tabla 17.3
Respuestas a 6 + 53 + 185 dadas por cuatro grupos de estudiantes de cuarto grado en mayo de 1991

Algoritmos n = 20	Algoritmos n = 21	Algoritmos n = 21	Algoritmos n = 18
	1215		
	848		
	844		
	783		
1300	783		10,099
814	783		838
744	718	791	835
715	713	738	745
713 + 8	445	721	274
	245		
244 (30%)	244 (24%)	244 (19%)	244 (17%)
243	234		234
	224		234
			234
194	194	144	225
177	127	138	"8, 3, 8"
144	—	134	"4, 3, 2"
143	—	"8, 3, 7"	"4, 3, 2"
134		"8, 1, 7"	—
"4, 4, 4"		—	—
"1, 3, 2"		—	—
		—	
		—	
		—	
		—	
		—	
		—	
		—	

Nota. Espacios en blancos indican que el niño o la niña declinó tratar el problema.

1235?" La mayoría de los niños parecían confundidos y permanecieron en silencio, hasta que uno señaló que el "13" de la maestra era realmente 130 y que su "12" representaba "1200".

Este tipo de problema que envuelve el valor posicional del número no fue muy difícil de corregir. La dificultad persistente estuvo en aplicar el enfoque de columna por columna al número de un solo dígito lo cual evita que los niños piensen en números de varios dígitos. Cuando se les presentó problemas como 876 + 359, los niños continuaron dando respuestas fragmentadas de derecha a izquierda, como "5, 130, 1200" (para 6 + 9, 10 + 70 + 50, y 100 + 800 + 300, respectivamente).

Un día, para estimular a los niños a pensar en números de múltiples dígitos, Maestra Ingram escribió en la pizarra problemas que contenían 99 (ó 98 ó 95) en uno de los sumandos, como 366 + 199, 493 + 99, y 601 + 199, uno tras otro. Durante toda la hora de clase se trabajó únicamente con este tipo de problema, y a los niños se les preguntó, como siempre, que pensaran en diferentes maneras de sumarlos.

Casi todos los niños continuaron usando el algoritmo durante toda la clase. Un niño, sin embargo, a quien vamos a llamar Joe, había estado en clases "constructivistas" desde el primer grado y voluntariamente dio soluciones como la siguiente para cada uno de los problemas: "Yo cambié '366 + 199' a '365 + 200', y mi resultado es 565." Después de toda una hora de este tipo de "interacción", la cantidad de niños que imitaron a Joe se limitó a solo tres. El resto de la clase continuó trabajando con cada columna de forma separada.

El año escolar transcurrió con muchas altas y bajas para la Maestra Ingram, quien trataba y luchaba por que los niños revivieran y usaran de forma activa su propio pensamiento sobre los problemas matemáticos (refiérase a Kamii, 1994, para más detalles). En mayo de 1992, 6 + 53 + 185 les fue presentado a sus estudiantes de cuarto grado, y los resultados fueron gratificantes, como se ve en la figura 17.3.

En la Figura 17.3, la fila superior de cada matriz 2 x 2 muestra el número de estudiantes que dio respuestas correctas, mientras que la fila inferior incluye aquellos que ofrecieron respuestas incorrectas. La columna izquierda de cada matriz indica la cantidad de estudiantes que usaron el algoritmo convencional, y la columna derecha muestra los que usaron sus propios procedimientos inventados. Comparando las matrices, podemos decir que cuando la Maestra Ingram enseñó los algoritmos en el año académico 1990-91, casi todos sus estudiantes usaron el método de algoritmo, y la mayoría de ellos obtuvo respuestas incorrectas (como se muestra en la última columna de la tabla 17.3). En el año académico 1991-92, por el contrario, cuando la Maestra Ingram estimuló a sus estudiantes a pensar en sus propios métodos, la mayoría de ellos usaron procedimientos inventados y obtuvieron la respuesta correcta.

Ann Dominick, la co-autora de este trabajo, es maestra de escuela de tercer y cuarto grado con doce años de experiencia. Cuando trabajó

1991

	Algoritmos	Procedimientos inventados
Respuestas Correctas	3	0
Respuestas Incorrectas	13	1

1992

	Algoritmo	Procedimientos inventados
Respuestas Correctas	0	15
Respuestas Incorrectas	2	3

(Una niña fue excluída del análsis porque dijo que estaba pensando en multiplicar 185 por 53 y en sumar 6.)

Figura 17.3. Estudiantes de cuarto grado que usaron el algoritmo y los procedimientos inventados y las respuestas correctas e incorrectas al problema 6 + 53 + 185 en mayo del 1991 y del 1992

con estudiantes de cuarto grado en una ocasión, casi todos los niños habían sido enseñados anteriormente con el método de algoritmo convencional. Ahora que enseña el tercer grado en otra escuela, la mayoría de los estudiantes en su clase nunca han sido expuestos a esos algoritmos. La diferencia en el pensamiento estudiantil es sorprendente.

Las diferencias más impresionantes se muestran en la confianza que los alumnos tienen en ellos mismos y en su conocimiento del valor posicional. Aquellos que han captado el sentido de las matemáticas la enfrentan con confianza en vez de con miedo y reservas. La velocidad o ritmo intelectual que los estudiantes llevan ahora es a galope, en vez de una caminata.

Al inicio de cada año escolar, Maestra Dominick hace entrevistas individuales con sus estudiantes para evaluar, entre otras áreas, el conocimiento que traen sobre el valor posicional. En la tarea de valor posicional (Kamii, 1989b), a los niños se les pide que muestren con diesiséis fichas qué significa cada dígito en el número 16. Cuando los alumnos venían a su clase usando algoritmos, aproximadamente el 20 por ciento de los estudiantes de cuarto grado cada año señaló diez fichas para el 1 del 16. (El otro 80 por ciento mostró sólo una ficha.) En las clases de tercer grado, donde la mayoría de los niños no han sido expuestos a ningún algoritmo, cerca del 85 porciento señalan diez fichas para el 1 del 16.

Maestra Dominick ha cambiado su idea sobre la enseñanza de los algoritmos a través de los años, desde: (a) enseñar aritmética a través de algoritmos, a (b) enseñar los algoritmos después de “establecer las bases para el entendimiento", a (c) no enseñar algortimos para nada. El cambio final, de no enseñar algoritmos, resultó de reflexionar sobre lo que pasaba cuando "establecía las bases para el entendimiento" de sus estudiantes para luego enseñar el algoritmo.

La primera razón lógica para enseñar algoritmos era que parecía el método más eficiente. Pero una vez sus estudiantes comenzaban a inventar sus propios métodos, ya aquel argumento no podía sostenerse. Por ejemplo, usar el algoritmo para la multiplicación por 25 a menudo *"hacía más lento"* el pensamiento de los estudiantes. Con mucha frecuencia, los niños usan su conocimiento de 25 x 4 = 100 para luego razonar que 25 x 16 = 400. De forma similar, toma mucho más tiempo usar el algoritmo para computar 502 – 304. Una manera más eficiente es razonar que 500 – 300 = 200 y que 200 – 2 = 198. Un entendimiento de valor posicional y puntos de referencia como 25 x 4 = 100 y 250 x 4 = 1000 permiten a los niños tener la flexibilidad de escoger por ellos mismos el método más eficiente para resolver un problema en una determinada situación.

El segundo argumento para enseñar algoritmos fue tener un método que produjera respuestas para estudiantes que batallaban con las matemeaticas. Parecía que esos estudiantes merecían "un método" para que al menos pudieran dar contestaciones y tener así algún grado de éxito. Más tarde resultó evidente, sin embargo, que cuando estos olvidaban los pasos o desarrollaban un algoritmo "erróneo", ya no tenían nada en qué apoyarse. Enseñar algortimos a esos estudiantes también les enviaba el mensaje de que "el razonamiento de ese procedimiento es demasido para ustedes, así que solo aprendan estos pasos y obtendrán la respuesta correcta." Algunos estudiantes necesitan más tiempo que otros para desarrollar la lógica de las matemáticas. Esos estudiantes merecen que se les dé el tiempo que necesitan para desarrollar la confianza en sus habilidades para hacer sentido de las matemáticas.

Conclusión

Los niños llegan a la escuela con enorme potencial para desarrollar un pensamiento sólido. Los educadores tienen que tratar de desarrollar ese potencial en vez de continuar poniendo "la carreta delante del caballo". Los adultos pueden llenar la carreta con tesoros o herramientas valiosas, pero los niños necesitan pasar por su propio proceso de construcción de conocimiento para así echar hacia adelante con confianza en sus propias habilidades y resolver problemas en cada paso de su camino.

REFERENCIAS

Ashlock, R.B. (1982). *Error patterns in computation*. Columbus, OH: Charles E. Merrill Publishing.

Brown, J.S., & Burton, R.R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science, 2,* 155-192.

Burns, M. (1994). Arithmetic: The last holdout. *Phi Delta Kappan, 75*, 471-476.

Carraher, T.N., Carraher, D.W., & Schliemann, A.D. (1985). Mathematics in the streets and in school. *British Journal of Developmental Psychology, 3,* 21-29.

Carraher, T., & Schliemann, A.D. (1985). Computation routines prescribed by schools: Help or Hindrance? *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 37-44.

Cochran, B. S., Barson, A., & Davis, R.B. (1970). Child-created mathematics. *Arithmetic Teacher, 17*, 211-15.

Dominick, A.M. (1991). Third graders' understanding of the multidigit subtraction algorithm (Unpublished doctoral dissertation). Tennessee: Vanderbilt University.

Ferreiro, E. (1988). *Alfabetizacão em processo.* São Paulo: Cortez.

Groza, V.S. (1968). *A survey of mathemathics: Elementary concepts and their historical development.* New York: Holt, Rinehart & Winston.

Jones, D.A. (1975, May). Don't just mark the answer – Have a look at the method! *Mathematics in School, 4,* 29-31.

Kamii, C. (1985). *Young children reinvent arithmetic*. New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1989a). *Double-digit addition: A teacher uses Piaget's theory* (videotape). New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1989b). *Young children continue to reinvent arithmetic, 2nd grade*. New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1994). *Young children continue to reinvent arithmetic, 3rd grade*. New York: Teachers College Press.

Leinwand, S. (1994, February). It's time to abandon computational algorithms. *Education Week*, *9,* 36.

Madell, R. (1985). Children's natural processes. *Arithmetic Teacher, 32*, 20-22.

Murray, H., & Olivier, A. (1989). A model of understanding two-digit numeration and computation. In G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds), *Proceedings of the Thirteenth Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (*pp. 3-10). Paris: Laboratoire PSYDEE of the National Center of Scientific Research.

Narode, R., Board, J., & Davenport, L. (1993). Algorithms supplant understanding: Case studies of primary student's strategies for double-digit addition and subtraction. In J. Rossi Becker, & B. J. Pence (Eds.), *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting, North American Chapter of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1 (pp. 254-60). CA: San Jose State University, Center for Mathematics and Computer Science Education.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and all that rot. *Mathematics in School, 8*(3), 2-7.

ter Heege, H. (1978). Testing the maturity for learning the algorithm of multiplication. *Educational Studies in Mathematics, 9*, 75-83.

Vakali, M. (1984). Children's thinking in arithmetic word problem solving. *Journal of Experimental Education, 53*, 106-13.

NOTAS

1 Este artículo se considera un precedente en la investigación pedagógica sobre la enseñanza de los algoritmos en grados primarios. Tiene un valor importante para la pedgagogía actual y sus planteamientos e interrogantes aún son vigentes. Publicar su traducción representa, para la revista *Pedagogía*, una contribución que justifica su publicación. Publicado en inglés en: Morrow, L.J. & Kenney, M. J. (Eds.). (1998). *The teaching and learning of algorithms in school mathematics: NCTM Yearbook* (pp. 130-140). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

2 El género masculino se usará en todo el escrito para consignar también el género femenino.

3 Las autoras advierten que, en este trabajo, el término *algoritmo* se usa para referirse a las reglas convecionales, como ***"llevar"*** y ***"tomar prestado",*** entre otras; a los procedimientos inventados por los niños les llama ***"procedimientos".***

4 Nombre de la moneda brasileña durante el período del estudio [nota del editor].

ESTE ARTÍCULO SE RECIBIÓ EN LA REDACCIÓN DE PEDAGOGÍA EN MARZO DE 2010 Y SE ACEPTÓ PARA SU PUBLICACIÓN EN EL MISMO MES Y AÑO.