

*Cuaderno de Investigación en la Educación, número 3, mayo 1991*  
*Centro de Investigaciones Educativas*  
*Facultad de Educación, Río Piedras*  
*Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras*

**EL EFECTO DEL PROCESO ACTIVO DE APRENDIZAJE SOBRE EL  
DESARROLLO DE ESQUEMAS-OPERADORES MATEMATICOS Y SU  
RELACION CON LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE HOLISTICO Y SERIAL**

**María del C. Rodríguez Nieves**  
**Facultad de Educación, UPR-Río Piedras**

Varios investigadores, educadores y teóricos insisten en la necesidad de investigar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática con un enfoque no tradicional. Tradicionalmente el esfuerzo educativo enfoca las conductas y los productos observables, el conocimiento demostrado y la solución final de problemas. El enfoque no tradicional apunta, sin embargo, hacia la investigación de las diferencias entre la estructura conceptual de novicios y expertos y los procesos de pensamiento que conducen a un producto intelectual de óptima calidad (Hamm y Adams 1988; Schoenfeld 1989; Panel sobre la educación de la ciencia y la matemática, 1985).

Por otro lado, el desarrollo de medios tecnológicos poderosos y la integración de la tecnología al diseño instruccional ha expandido la investigación pedagógica de forma dramática. De los medios tecnológicos actuales, la computadora es el medio que presenta más posibilidades para que los educadores puedan resolver algunos problemas educativos. Esto se basa en la facultad en el área del uso de la computadora (Ediger, 1988; Hughes, 1988) advierten, sin embargo, que el potencial de la computadora se está desperdiciando en aplicaciones convencionales como tutoriales no inteligentes y prácticas repetitivas. Ellos opinan que la investigación se debe enfocar hacia el uso de este medio como herramienta y no como tutor.

Según estos investigadores, cuando la computadora se usa como herramienta ésta lleva a cabo las tareas mecánicas, permite al ser humano dedicarse a los procesos superiores de pensamiento y se logra un ambiente flexible ajustable a enfoques o estilos de aprendizaje diferentes. La computadora se convierte en un medio excelente para lograr un proceso de enseñanza activo donde el estudiante es el protagonista y controla la acción.

En este estudio se plantearon las siguientes interrogantes: ¿Se facilitará el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos si a los estudiantes se les provee un ambiente de aprendizaje activo?; ¿dependerá el desarrollo de esquemas- operadores matemáticos del estilo cognoscitivo del estudiante?; ¿se beneficiarán por igual de la estrategia de enseñanza activa estudiantes con diferentes estilos cognoscitivos? Según Thorndyke y Hayes-Roth (1979), las diferentes definiciones del concepto de esquemas coinciden en cuatro aspectos:

1. Representa una abstracción prototípica del concepto complejo que representa de la computadora de lograr un ambiente educativo
2. Se desarrollan partiendo de las experiencias con interactivo donde se pueden atender las diferencias numerosos ejemplos del concepto que investigadores representan.
3. Puede controlar la organización de la información que se recibe en conglomerados de conocimiento.
4. Cuando algún concepto de los que constituyen un esquema no tiene insumo de información, sus características se pueden inferir de aquellos conceptos que por naturaleza pertenecen al esquema.

Según Owens y Sweller (1985), un esquema es una estructura cognoscitiva que permite categorizar un problema e indica los pasos apropiados para resolverlo. Durante el proceso de inducción se desechan las diferencias entre análogos al mismo tiempo que se conservan sus cualidades comunes. Luego de desarrollado, el esquema se usa en lugar de otros análogos para resolver problemas similares.

Según Greeno (1978) y Swing y Peterson (1988), el conocimiento matemático se caracteriza por unidades de conocimiento enlazados lógicamente que se conocen como esquemas. El logro de esquemas matemáticos significativos consiste en enlazar conceptos con procedimientos, procedimientos con ejemplos específicos, conocimiento con nuevo conocimiento adquirido y el lenguaje diario con el lenguaje matemático. La comprensión de un problema conlleva integrar las unidades discretas de información contenidas en el problema y evocar un esquema que a su vez dicte un procedimiento que pueda resolver el problema exitosamente. Según Tsai (1987), la información sobre los procedimientos apropiados viene ligada al esquema y se conoce como conjunto de operadores.

Para lograr el desarrollo de los esquemas se establece una estrategia instruccional de tres etapas. La primera etapa es una explicación que le provee al estudiante ejemplos de problemas análogos resueltos. En la segunda etapa se crea un ambiente que permite al estudiante practicar lo aprendido. Esta es la etapa más importante, pues aquí se da la inducción al esquema. La actividad del estudiante durante esta etapa debe estar dirigida por preguntas orientadas al análisis que induzcan a la prueba de hipótesis. Durante la tercera etapa se evalúa el grado de desarrollo del esquema. Para medir este grado o nivel de desarrollo se usan diferentes técnicas como la prueba escrita y la entrevista.

Para esta investigación se usó el análisis de estilos cognoscitivos basado en el enfoque de modelos aplicados de estilos de aprendizaje. Los estilos cognoscitivos se definen como los diversos procedimientos o estrategias que las personas emplean para percibir y pensar. Los estilos cognoscitivos se clasifican en holista y serial (Ford 1985). El estilo holista califica el proceso de pensamiento global que va del todo a las partes. Este acercamiento desarrolla descripciones generales antes que detalles particulares enlazando diferentes aspectos de un problema simultáneamente al usar relaciones integrales. El estilo serial califica el proceso de pensamiento molecular que va de las partes al todo. Este acercamiento desarrolla procesos específicos antes que una visión total. Enlaza de forma sucesiva usando relaciones simples.

Según Owens y Sweller (1985), cuando se enfoca un problema matemático usando un análisis serial, no se logra la categorización del problema de acuerdo a su estructura ni se evoca un esquema que indique la operación apropiada para su solución. Para estos investigadores tanto como para Lewis y Anderson (1985), se debe someter al aprendiz al proceso de análisis holista de solución de problemas. A través de este proceso el estudiante no atiende metas específicas sino que está libre de generar una hipótesis explícita sobre qué operación es más apropiada para resolver un problema de acuerdo a sus características. Una vez el estudiante establece su hipótesis sobre una operación se le ofrece retroalimentación inmediata sobre el éxito o fracaso de la aplicación de la operación.

Para crear un ambiente que facilite la prueba de hipótesis es necesario poner en manos del aprendiz la actividad del proceso de aprendizaje. Según Piaget (1981), el conocimiento matemático se extrae de la acción del aprendiz al operar sobre los objetos y observar el cambio de las características de los objetos introducidos por la acción.

Lewis y Anderson (1985) utilizaron la computadora con un programa que permitía la prueba de hipótesis y obtuvieron resultados positivos al lograr que los estudiantes aprendieran a correlacionar las características de un problema con la operación apropiada para resolverlo.

A partir de las teorías antes expuestas se establecieron para el estudio tres hipótesis:

1. Se pueden desarrollar los esquemas operadores matemáticos con más efectividad si se participa de una estrategia activa de aprendizaje que propicie la prueba de hipótesis.
2. Las personas que exhiben un estilo cognoscitivo matemático con mayor facilidad que las que tienen un estilo cognoscitivo serial.
3. El desarrollo de esquemas-operadores matemáticos es más efectivo si la persona exhibe un estilo cognoscitivo holista y se le provee una estrategia de aprendizaje activa.

## **METODO**

La muestra para este estudio estuvo compuesta de cuarenta y cinco estudiantes matriculados en dos secciones del curso de cálculo de la Universidad del Sagrado Corazón (USC). Estos estudiantes pertenecían al Departamento de Ciencias Naturales, especializados en Ciencias de cómputos y biología. De los cuarenta y cinco se encontraban veintitrés eran varones y veintidós eran hembras. Un estudiante cursaba el primer año de bachillerato, tres el segundo, treinta el tercer año y once cursaban el cuarto año.

### **Contenido matemático**

El contenido matemático utilizado fue el concepto de Asíntotas de la Unidad de funciones racionales. Se consideró un esquema general que contiene las funciones racionales y dos subsistemas que contienen las funciones con asíntotas horizontales respectivamente. En la medida en que un estudiante logra la categorización de una función y selecciona la operación apropiada para su solución, ha logrado el desarrollo del esquema.

### **Materiales de instrucción**

La aplicación del tratamiento estuvo dividida en tres fases: instrucción, inducción y evaluación. Para la primera fase se diseñó un material usando la teoría de problemas análogos y contra ejemplos para el desarrollo de esquemas. Los problemas análogos ayudan al estudiante a abstraer aquellas características que permiten la categorización de un problema y los contra ejemplos le ayudan a no atender y desechar aquellas características no representativas de los miembros de un esquema.

confiabilidad de .65. Luego de corregir algunas preguntas usando como criterio el análisis estadístico al cual se había sometido, se probó nuevamente con doscientos treinta y cinco estudiantes. Para esta prueba el índice de confiabilidad aumentó a .83.

### **Diseño de investigación**

La investigación se llevó a cabo usando un diseño experimental de dos factores divididos en dos niveles cada uno. El factor estrategia de aprendizaje se dividió en el proceso activo y el pasivo; el factor estilos de aprendizaje se dividió en estilo holista y estilo serial. La variable dependiente era el nivel de desarrollo de esquemas- operadores matemáticos pertinentes a la unidad de Asíntotas de Funciones Racionales. (Ver Figura 1)

### **Procedimiento Experimental**

Durante los dos meses previos al experimento se enseñó a los estudiantes a trabajar el sistema Eureka para asegurar que se familiarizara con el uso del programa.

La primera actividad del procedimiento experimental fue someter a los estudiantes a la prueba de preferencia de estudio para clasificarlos entre el estilo de aprendizaje holista o serial. Originalmente cincuenta y dos estudiantes tomaron esta prueba. Veintitrés estudiantes obtuvieron puntuación sobre promedio y fueron clasificados con estilo holista, veintidós fueron clasificados con estilo análisis serial por obtener puntuación bajo promedio y siete fueron eliminados del estudio por obtener puntuación promedio. Posteriormente, cada grupo fue dividido aleatoriamente entre los grupos activo o pasivo de aprendizaje. Los veintitrés estudiantes holistas se dividieron en once en el grupo activo y doce en el grupo pasivo y los veintidós clasificados con estilo serial fueron divididos de forma aleatoria equitativamente al grupo pasivo o activo de aprendizaje. Posteriormente se eliminó aleatoriamente del grupo holista-pasivo un estudiante para equiparar el número de sujetos por tratamiento.

La fase de instrucción se llevó a cabo durante la sesión regular de reunión del curso y duró hora y media. La misma consistió en analizar, a través de la interacción verbal con el maestro, los ejemplos trabajados análogos a los que se usarían en la fase de inducción o desarrollo de esquemas.

Para la segunda fase los estudiantes se trasladaron al Centro de Recursos para Ciencias y Matemáticas de la Universidad del Sagrado Corazón (USC). Los veintitrés estudiantes asignados a la estrategia activa trabajaron en el laboratorio de computadoras usando el programa Eureka para analizar las funciones racionales. Los veintidós asignados a la estrategia pasiva trabajaron en un salón de clases llevando a cabo el mismo proceso de análisis de funciones racionales, pero sin el beneficio del programa computarizado. El posible impacto negativo en los estudiantes que no usaron la computadora se minimizó permitiendo que éstos se ayudaran entre sí y usaran diferentes recursos durante el proceso de análisis. Inclusive, tuvieron el beneficio de preguntar al profesor.

La tercera fase, evaluación o verificación, consistió en que todos los estudiantes tomaran la prueba de categorización y selección de operadores y gráficas. Se seleccionaron aleatoriamente veinte estudiantes para ser entrevistados inmediatamente después de la prueba escrita.

## **RESULTADOS**

Los resultados de la prueba de categorización y selección de operadores y gráficas fueron sometidos a un análisis de varianza de dos factores (Two- Way Anova) utilizando el programa SPSS-X. Se tomó como criterio un nivel de significación de .05 para el rechazo de hipótesis nulas.

Los entrevistados se evaluaron adjudicando una puntuación a cada respuesta. Luego se estableció una correlación entre los resultados de la entrevista con las puntuaciones de la prueba escrita para validar esta última (Apéndice B).

Según los resultados del análisis de varianza, la interacción de la estrategia de aprendizaje y el estilo cognoscitivo no afectó significativamente el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos. Se esperaba que el grupo holista-activo desarrollara los esquemas-operadores con más efectividad que los otros estudiantes y aunque éste fue el grupo con promedio más alto (84.0%), la diferencia con el grupo serial-activo (75.72%) no fue significativa.

Igualmente el efecto del estilo cognoscitivo tampoco fue significativo ( $P > .05$ ). El promedio de los estudiantes clasificados holistas fue 76.22 y el de los clasificados seriales fue de 71.36.

En cambio la estrategia de aprendizaje sí tuvo un efecto significativo sobre el desarrollo de esquemas-operadores matemáticos. Los asignados al grupo activo obtuvieron un promedio de 80.31 mientras que los del grupo pasivo obtuvieron un promedio de 67.68. Precisamente se esperaba que el grupo activo desarrollara los esquemas-operadores con más efectividad que el pasivo. (Ver Tabla Núm. 2).

La diferencia significativa entre el grupo activo y el pasivo coincide con la teoría expuesta por Piaget (1981) de que cuando un resultado es producto de la acción cobra mayor significado. También coincide con la teoría defendida por Owens y Sweller (1985)

sobre la ventaja de trabajar con metas reducidas para inducir en los estudiantes la curiosidad intelectual que los conduzca a formular hipótesis. Los resultados apoyan, además, otros estudios (Lewis y Anderson 1985) en los cuales se usó la computadora como recurso para crear un ambiente activo. Al usar la computadora el estudiante logra una imagen visual inmediata que ayuda a concretar los conceptos.

De acuerdo con los resultados no se puede concluir que la dimensión de estilos cognoscitivos holista-serial se relacionen estrechamente con el desarrollo de esquemas. La teoría de Casson (1983) ofrece una explicación de este resultado. Casson define los esquemas como una combinación de estructuras y procesadores de datos e infiere que en el desarrollo de éstos interfieren simultáneamente tanto el análisis holista como el serial. Esto implica que aún cuando los seres humanos demuestren preferencia por un estilo de análisis en el proceso de desarrollar o usar un esquema hacen uso de ambos estilos.

Se hipotetizó que el proceso activo utilizando la computadora sería una estrategia de aprendizaje significativamente más provechosa para los estudiantes de estilo holista que para los otros estudiantes. Sin embargo, la interacción de la estrategia de aprendizaje y los estilos cognoscitivos no tuvo el efecto esperado. Este resultado se puede explicar con la teoría del aprendizaje versátil de Ford (1985). Según esta teoría, un estudiante con experiencia, aún cuando muestre una preferencia de estilo cognoscitivo, puede aprender usando otro estilo si se induce a ello. Se demuestra que, los estudiantes serialistas se beneficiaron del ambiente creado con el uso de la computadora tanto como los holistas. De igual forma, Joyce y Wells (1986), así como Hunt (1979), aseveran que es beneficioso provocar incomodidad en el estudiante que lo induzca a explorar sus propias ideas, evitando un pareo perfecto entre las estrategias de aprendizaje y los estilos cognoscitivos.

Otro resultado importante del estudio fue la efectividad de usar dos estrategias de evaluación para corroborar el resultado de un proceso de aprendizaje difícil de medir a través de instrumentos convencionales de evaluación. Estos instrumentos convencionales responden a la instrucción tradicional y evalúan la solución final de los problemas y los productos observables. En este estudio se pretendía medir el nivel de desarrollo de una estructura conceptual y por esta razón se utilizaron diferentes métodos de evaluación.

La ventaja obtenida por el grupo sometido a aprendizaje activo sugiere implicaciones prácticas importantes para la docencia. El uso de la computadora como herramienta corresponde a las tendencias recientes dentro de la teoría cognoscitiva. La integración de la computadora a la actividad pedagógica como herramienta y no como tutor ofrece la oportunidad de crear ambientes que inducen al aprendizaje por descubrimiento y propicia el desarrollo de estructuras superiores de conocimiento.

#### NOTA

La autora es egresada del Programa Doctoral en Currículo y Enseñanza de la Facultad de Educación, Recinto de Río Piedras. Este trabajo está basado en su disertación doctoral.

#### REFERENCIAS

Casson, R. (1983). Schemata in cognitive anthropology. *Annual Review of Anthropology*. 12, 429-462.

Los resultados apoyan el diseño de la instrucción de la matemática a través de un método no tradicional que considera el aprendizaje desde la perspectiva del desarrollo de esquemas-operadores. El uso de materiales de instrucción que integre en el análisis de problemas análogos resueltos, el uso de preguntas orientadas a la integración de ideas y el concepto de solución de problemas con metas reducidas es innovador y efectivo.

Los resultados de este estudio no sólo comprueban que la matemática se puede y se debe enseñar desde la perspectiva del desarrollo de esquemas, sino que el desarrollo tecnológico actual permite crear el ambiente de aprendizaje que facilite al estudiante el logro de los procesos superiores de pensamiento. De esta manera el estudiante participa del aprendizaje, se pregunta y se contesta, actúa sobre el objeto y aprende de las consecuencias de su acción a través del descubrimiento. Al pasar más tiempo desarrollando estrategias de solución concreta los conceptos inicialmente abstractos y da vida en su intelecto a la matemática.

Diger, M (1985). Philosophy of microcomputer use in the mathematics curriculum. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 8 (1), 32-42.

Ford, N. (1985). Learning styles and strategies of postgraduate students. *British Journal of Educational Technology*. 16. 65-79.

Greeno, J. M. (1978). Understanding and procedural knowledge in math instruction. *Educational Psychology*. 12, 262-283.

Hamm M., & Adams D. (1988). Problem solving and technology: Breathing life into mathematical abstractions. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 1 (4), 14-15.

Hughes, B; (1988). First year algebra: A computer coordinated curriculum. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 7 (4), 23-25.

Hunt, D. (1979). Learning style and students' needs: An introduction to conceptual level. En J. Keefe (ed.). *Student learning styles* (pp.27-38). Reston, VA: NASSP.

Joyce, B., & Weil, M. (1986). *Models of teaching*, (3rd. ed.). Englewood Cliffs, NY: Prentice Hall.

Lewis, M., & Anderson, J. (1985). Dissemination of operator schemata in problem solving: Learning from examples. *Cognitive Psychology*. 17, 26-65.

Owens, E. & Sweller, J. (1985). What students learn while solving mathematics problems. *Journal of Educational Research*. 77 (3), 272-284.

Panel on Science and Mathematics Education (1985). Exploiting present opportunities of computers in science and mathematics education. *Mathematics and Science Teaching*. 5. 15-26.

Piaget, J. (1981). *Psicología v epistemología*. Barcelona, España: Editorial Ariel.

Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. En L. Resnick & L. Klopfer (eds.) (pp. 83-103). *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*. Washington, DC: 1989 Yearbook, ASCD.

Swing, S., & Peterson, P. (1988). Elaborative and integrative thought process in mathematics learning. *Journal of Educational Psychology*. 80. 54-66.

Thorndyke, P. W., & Hayes-Roth, B. (1979). The use of schemata in the acquisition and transfer of knowledge. *Cognitive Psychology*. 11. 82-106.

Sai, C., Derry, N., & Sharon, J. (1987). Application of schema theory to the instruction of arithmetic toward problem solving skills. *Annual Convention of the Association for Educational Communications and Technology*. Atlanta, GA.