

CREENCIAS DE LOS CANDIDATOS A MAESTROS SOBRE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS

Omar Hernández Rodríguez, Ed.D.

Wanda Villafañe Cepeda, Ed.D.

Facultad de Educación

Universidad de Puerto Rico

Recinto de Río Piedras

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de un estudio fenomenológico sobre la solución de problemas matemáticos en el que participaron ocho estudiantes de educación: seis con especialidad en la enseñanza de las matemáticas a nivel elemental (grados 4 a 6) y dos cuya especialidad era educación secundaria en matemáticas (grados 7 a 12). Se realizaron entrevistas extensas con el objetivo de determinar sus creencias sobre los problemas matemáticos y la forma en que los resuelven. También participaron en sesiones de solución de problemas con pensamiento en voz alta y entrevistas retrospectivas con el objetivo de determinar el tipo de representación que realizaban, las estrategias que utilizaban para resolverlos y los procesos de autorregulación que exhibían. El uso de estas técnicas permitió contrastar las creencias de las participantes con su ejecución.

Palabras clave: cognición, creencias, metacognición, solución de problemas

ABSTRACT

This paper presents the results of a phenomenological study about mathematical problem solving. Eight pre-service mathematics teachers participated: six were studying to become teachers at elementary school level —4th to 6th grades— and two at high school —7th to 12th grades—. The data was obtained through long interviews, thinking out loud problem solving sessions and retrospective interviews that took place immediately after the problem solving sessions. The objective of the long interview was

to determine the participants' beliefs and declarative knowledge about this topic. The objective of the problem solving sessions was to determine the type of representation, strategies, and control processes that the participants use when solving problems. During the retrospective interview, the participants had the opportunity to reflect about their performance. These techniques allowed the investigators to contrast the beliefs of the participants against their execution.

Keywords: beliefs, cognition, metacognition, problem solving

■ Introducción

El proceso de solución de problemas ha constituido un fundamento importante en la enseñanza de matemáticas a través de los años. El Concilio Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés) lo ha recomendado con mucho énfasis en los últimos años (1980, 1989, 2000). En particular, el documento *Principles and standards for school mathematics* (2000) establece la solución de problemas como el primer estándar de proceso en todos los niveles. De igual forma, lo indica el Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico (2000, 2003, 2007). Lo anterior evidencia la trascendencia que ha tenido este tema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. No obstante, a pesar de lo establecido anteriormente, se ha observado que el mismo no se integra frecuentemente en las clases de matemáticas. Algunos autores atribuyen esta situación al conocimiento de la disciplina que tienen los maestros (Ball, 1990; Leonard & Joergensen, 2002; Van Dooren *et al.*, 2003), otros, a aspectos afectivos y metacognitivos de los maestros, incluyendo las creencias (Grows & Good, 2002; Liljedahl *et al.*, 2007; Mewborn & Cross, 2007). En particular, las creencias que tienen los maestros sobre este particular inciden, en gran medida, en la forma en que incorporan el tema en sus clases.

■ Revisión de la literatura

La solución de problemas y temas relacionados con el mismo se han estudiado extensamente en los últimos años. No obstante, aún existen muchas interrogantes en torno a este particular (Lester, 1994). Específicamente, con el advenimiento de la teoría constructivista del conocimiento, se han realizado investigacio-

nes sobre el papel de la metacognición, las creencias, el afecto y la influencia social en la solución de problemas (Garafalo & Lester, 1982; Hernández Rodríguez, 2002; Maqsud, 1997; Santos Trigo, 1995; Schoenfeld, 1987, 1989, 1992; Swanson, 1990, 1992).

Flavell (1976) definió la metacognición como el conocimiento que tienen las personas sobre su cognición y los procesos de autorregulación de los procesos cognitivos. Posteriormente, se incluyeron en la definición las creencias que tienen los estudiantes sobre sí mismos, las matemáticas, la tarea y las estrategias que requiere la situación (De Corte, Greer & Verschaffel, 1996; Garafalo & Lester, 1985; Greeno, Collins & Resnick, 1996; Lampert, 1990; Schoenfeld, 1987).

Schoenfeld (1987) indicó que las creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas son importantes ya que pueden ayudar o interferir en el proceso de solución de problemas. Lampert (1990) encontró que los estudiantes consideran que saber matemáticas es recordar y aplicar correctamente ciertas reglas cuando el maestro hace una pregunta y que la verdad es determinada cuando el maestro ratifica la respuesta, lo cual tiene un efecto, generalmente negativo, en la forma en que los estudiantes se desempeñan al momento de resolver problemas matemáticos. Schoenfeld (1987) encontró que los alumnos consideraban que un problema matemático se resuelve en menos de diez minutos; esta creencia hace que renuncien a seguir trabajando si no llegan rápidamente a la solución de un problema.

También se ha estudiado la solución de problemas de los candidatos a maestros. Específicamente, Crespo (2003) llevó a cabo una investigación en la cual exploró los cambios en las estrategias de presentar problemas a los estudiantes de un grupo de futuros maestros del nivel elemental. Chapman (2005) realizó un estudio cualitativo para determinar el conocimiento que poseían los futuros maestros de matemáticas sobre la solución de problemas y el rol que tenía el incorporar un proceso de reflexión y de inquirir para mejorar este conocimiento. Cadenas (2007) realizó un estudio que le permitió detectar las carencias, dificultades y errores que tienen los futuros maestros en sus conocimientos matemáticos previo al ingreso a la Universidad.

La relación entre las creencias de los maestros de matemáticas en servicio y el aprendizaje de los alumnos ha sido estudiada por varios autores. Mewborn y Cross (2007) argumentan que las creencias de los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas afecta la visión que estos tienen sobre su rol como educadores y el de sus estudiantes, así como la selección de las actividades y los acercamientos instruccionales que usan en la sala de clases. Concluyen que las mismas tienen una relación íntima con la oportunidad de los alumnos para aprender y con sus creencias sobre las matemáticas. Además, consideran que se pueden modificar exponiendo a los mismos a experiencias positivas que los confronten a sus creencias y los estimulen a cambiar. Añaden los investigadores que la práctica instruccional de los maestros también se ve afectada por factores contextuales, tales como el entorno social, las creencias y las expectativas de las otras personas que intervienen en el proceso educativo, incluyendo los maestros, los padres, los administradores y la estructura filosófica del sistema educativo.

Las preferencias cognitivas y metacognitivas de los maestros en el momento de resolver problemas fueron estudiadas por Leikin (2003) y Grouws y Good (2002). En particular, Leikin (2003) realizó un estudio para explorar los factores que afectan las preferencias de los educadores en los procesos de resolver problemas, explicárselos a un compañero, conectarlo y enseñarlo. En el mismo, participaron cerca de 170 maestros de matemáticas de escuela superior. Como resultado, pudo observar que existen tres factores que, interrelacionados, afectan las preferencias de éstos: (1) dos patrones de comportamiento: la tendencia a utilizar soluciones estereotipadas y a actuar de acuerdo a sus creencias respecto a la solución de problemas, (2) la forma en la cual caracterizaron la estrategia para la solución y (3) la familiaridad con una estrategia particular o el contenido matemático al cual pertenece el problema.

Grouws y Goods (2002) realizaron una investigación en que observaron y entrevistaron a 24 maestros de séptimo y octavo grado durante un periodo de tres años. Entre los hallazgos más importantes se encuentran que el tema de la solución de problemas no es muy frecuente en las clases de matemáticas. Los investigadores no observaron lecciones en donde se tratara la solución

de problemas aún cuando les pidieron a los maestros que la desarrollaran como tópico central de la clase. Cuando les pidieron que desarrollaran una lección sobre solución de problemas, la mayoría utilizó el libro; específicamente, escogieron la sección de problemas verbales que correspondía al tema tratado. Los que seleccionaron se resolvían con operaciones entre los números que proveía el problema, eran superficiales y presentaban poco reto a los estudiantes. La mayoría de los maestros utilizaban el tiempo de la clase discutiendo, ilustrando y explicando el material de la lección y le dedicaban poco tiempo a la solución de problemas. Asimismo, la concepción sobre la solución de problemas variaba mucho entre los maestros. La mayoría (60%) los caracterizó por la situación que atendían como problemas verbales, problemas prácticos o problemas que requieren altos niveles de pensamiento (“higher order thinking”). El resto centró su caracterización en el proceso de solución. Algunos fueron relativamente exitosos en aumentar la capacidad de sus estudiantes para la solución de problemas. Éstos se caracterizaron por atender consistentemente, durante todo el año y a través de los años, la solución de problemas en sus clases. Los investigadores utilizaron una prueba de diez problemas que requerían pensamiento crítico para ser resueltos y observaron que existe una relación entre los procesos de enseñanza y el desempeño de los estudiantes.

En cuanto a los maestros en formación, Liljedahl, Rolka y Rösken (2007) estudiaron aspectos afectivos de la solución de problemas, mientras que Van Dooren, Verschaffel y Onghena (2003) investigaron la forma en que evolucionan las preferencias cognitivas en los maestros de matemáticas en formación. En el caso de Liljedahl, Rolka y Rösken (2007), estos realizaron una investigación con los estudiantes de un curso de metodología diseñado especialmente para modificar las creencias de los futuros maestros sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los participantes fueron 39 alumnos matriculados en el curso de 13 semanas, quienes eran estudiantes de pedagogía y cuya concentración era escuela elemental; además, se distinguían por su temor hacia las matemáticas y el tener que enseñarlas. Al principio del curso los participantes caracterizaron a las matemáticas como: una caja de herramientas, un sistema, un proceso o su utilidad. Las tres

primeras fueron previamente reportadas por Törner y Grigutsch (1994). Las matemáticas vistas como una caja de herramientas se identifican por un conjunto de reglas, fórmulas, destrezas y procedimientos, mientras que la actividad matemática se caracteriza por los cálculos, el uso de reglas, procedimientos y fórmulas; vistas como un sistema, se distinguen por la lógica, las pruebas rigurosas, las definiciones exactas y el lenguaje matemático preciso, mientras que hacer matemáticas consiste en producir demostraciones exactas, así como utilizar un lenguaje preciso y riguroso. Las matemáticas vistas como un proceso, se consideran en constante construcción, en las que las relaciones entre las diferentes nociones y definiciones juega un papel muy importante. La actividad matemática se presenta como un proceso creativo de generación de reglas, fórmulas, esto es, en constante invención y re-inventión de las matemáticas. Finalmente, la matemática también puede ser caracterizada por su utilidad, y hacer matemática se justifica por su fin utilitario. Durante la clase, el profesor (Liljedahl) utilizó tres métodos para modificar las creencias de sus estudiantes: retarlas —al hacerlo los estudiantes hacen explícitas sus creencias y se hacen vulnerables al escrutinio (Feiman-Memser *et al.*, 1987; Green, 1971)—, participar como aprendices de matemáticas en un ambiente constructivista (Ball, 1988; Feiman-Memser & Featherstone, 1992) y experimentar con el descubrimiento matemático, lo cual tiene un efecto profundo e inmediato en la transformación de las creencias relacionadas a la naturaleza de las matemáticas (Liljedahl, 2005).

Los participantes utilizaron diarios reflexivos para responder a preguntas relacionadas con sus creencias sobre las matemáticas, la forma de enseñarlas y de aprenderlas. Estas fueron asignadas al principio, en la séptima semana y al final del curso. Los investigadores codificaron, por separado, las respuestas de la primera y última semana de acuerdo a las cuatro categorías descritas. Luego, contrastaron su codificación con la de los otros investigadores y recodificaron las entradas pertinentes. Las creencias de los participantes sobre las matemáticas evolucionaron de una que la caracterizaban como un sistema o por su utilidad, a una de proceso. Esta evolución es vista por los autores como un des-aprendizaje

de las creencias en el proceso de aprender a ser mejores maestros de matemáticas.

Según Lampert (1990), la escuela tiene una gran responsabilidad en la formación de las creencias, de lo que significa saber matemáticas y de cómo se hace matemáticas, ya que se adquieren a través de muchos años de verlas, escucharlas y practicarlas en el aula. Al ser las creencias construcciones mentales originadas por experiencias anteriores y por la interacción social, se puede argumentar que las creencias que tienen los estudiantes están muy influenciadas por las creencias de sus maestros. Parte de la dificultad que tienen los estudiantes con la solución de problemas se puede explicar por las creencias que tienen sus maestros sobre el tema (Goos, 2006; Mewborn y Cross, 2007). A su vez, las creencias de los maestros de matemáticas son el resultado de sus experiencias en la escuela y el aporte de los conocimientos adquiridos como estudiantes de educación. Esta interacción dialéctica entre creencias y evidencia profesional son el objeto de estudio de esta investigación.

Reflexionar sobre las creencias y la forma en que los futuros maestros resuelven problemas permitirá a los investigadores proponer ambientes educativos para la construcción de creencias y conocimientos que propicien la solución de problemas.

■ Metodología

Resumen de la investigación

Se establecieron cuatro preguntas de investigación al inicio del estudio. Las mismas estaban relacionadas con las creencias, las representaciones, las estrategias y la autorregulación en las diferentes etapas de la solución de problemas. En este artículo, se enfatizará la información relacionada con las creencias que tenían los participantes sobre este proceso. Es importante recalcar las definiciones de los conceptos anteriores, en particular que los procesos metacognoscitivos incluyen las creencias y los procesos de autorregulación, o control. Una creencia es una explicación construida por la persona acerca de un área del conocimiento en específico y que determina la forma en que la persona conceptualiza y se desempeña en ésta (Schoenfeld, 1992). Las creencias pueden ser de sí mismo (De Corte, Greer & Verschaffel, 1996), del área

de estudio —en este caso, las matemáticas— (Greeno, Collins & Resnick, 1996) o de la tarea que se debe realizar (Garofalo & Lester, 1985).

Participantes

Los participantes fueron estudiantes universitarios matriculados en el programa de formación de maestros de una universidad pública de Puerto Rico, específicamente, aquellos cuya concentración es matemáticas a nivel secundario o elemental. Participaron voluntariamente, luego de haber recibido una orientación por parte de los investigadores sobre las normas establecidas por la universidad correspondientes a la protección de seres humanos participantes en investigaciones.

Técnicas

Los procedimientos que se usaron para la recolección de la información fueron descriptivos y cualitativos, diseñados para describir un espectro amplio de actividad interna y externa. Se utilizaron las técnicas de: entrevista extensa, solución de problemas con pensamiento en voz alta y entrevista retrospectiva inmediatamente después de la solución de problemas. Estas técnicas permitieron una reflexión de los participantes sobre el tema, lo cual contribuirá a su formación como maestros.

Con la entrevista extensa, específicamente, se tuvo acceso al significado que los participantes le atribuyen a la solución de problemas matemáticos y se pudo describir las creencias que tienen sobre este proceso. Posteriormente, los participantes resolvieron cuatro problemas matemáticos no típicos. Se utilizó la técnica de pensamiento en voz alta para poder tener acceso a los procesos cognoscitivos y metacognoscitivos que se manifestaron en el momento de resolverlos. Inmediatamente después de cada sesión de solución de problemas, se realizó una entrevista retrospectiva en la cual los participantes tuvieron la oportunidad de reflexionar sobre su ejecución en la solución de los problemas. De esta manera, se exploró, no sólo lo que reside en las mentes de los participantes, sino que se estudiaron sus ejecutorias en la solución de problemas y su reflexión sobre las mismas. Así, se obtuvieron tres fuentes de información, lo que permitió la triangulación de los datos y se pudo llegar a conclusiones sobre el tipo de representa-

ciones, las estrategias, los procesos metacognoscitivos de control y las creencias de los participantes sobre la solución de problemas matemáticos no típicos.

Los investigadores transcribieron toda la información recopilada en las entrevistas y durante el proceso de solución de problemas para realizar el análisis. Específicamente, se utilizaron las transcripciones de todas las entrevistas, los documentos escritos por los participantes y las anotaciones de los investigadores, para realizar el análisis de los datos.

Problemas

Los problemas seleccionados tenían la característica de ser lo suficientemente retantes para requerir un comportamiento metacognoscitivo, pero, a la vez, los estudiantes los podían resolver con los conocimientos adquiridos en las clases de matemáticas (Goos & Galgrath, 1996). Por otra parte, dichos problemas tienen diferentes formas de ser representados y resueltos. Los problemas que se utilizaron en este análisis fueron los problemas 2 y 4, los cuales se presentan a continuación.

PROBLEMA 2

Un cuadrado y un rectángulo tienen igual área. La diagonal del cuadrado tiene longitud $8\sqrt{2}$ pulgadas. Si el ancho del rectángulo mide 4 pulgadas, ¿cuál es la medida del largo del rectángulo?

PROBLEMA 4

Con el propósito de recaudar fondos para la Asociación del Cáncer Pediátrico, se hace una venta de dulces. Olga, quien está comprometida con esta causa, decide vender 27 bolsas de chocolates. Hay dos tipos de chocolates: rellenos de almendras y rellenos de fresa. Cada bolsa de chocolates con almendras tiene ocho barras y cada bolsa de chocolates con fresas tiene nueve barras. Olga tiene 232 chocolates en total, ¿Cuántas bolsas tiene de cada uno?

Análisis

Además de describir el fenómeno, se hizo una interpretación del mismo. Esta interpretación fue el fruto de la comprensión alcan-

zada por los investigadores, enriquecida con la revisión de la literatura y sus experiencias como profesores e investigadores. Los investigadores en este estudio realizaron todas las entrevistas y sus transcripciones. La fidelidad de este segundo proceso se corroboró escuchando la grabación y leyendo la transcripción simultáneamente. Posteriormente, se analizaron detenidamente las respuestas ofrecidas por los participantes, tanto en las entrevistas extensas como en las retrospectivas. En particular, el análisis realizado de las entrevistas extensas ayudó a contestar la pregunta de investigación sobre las creencias de los estudiantes. Por su parte, el análisis realizado del proceso de solución de problemas, proveyó información sobre la forma en que los estudiantes construyen la representación de los problemas, las estrategias que utilizan para resolverlos y las estrategias de autorregulación que exhibieron en el proceso. Los investigadores utilizaron las grabaciones de las sesiones de pensamiento en voz alta, los documentos que crearon los estudiantes durante el proceso y las transcripciones de las observaciones de éstos, como datos para el análisis.

■ Resultados y discusión

Creencias

En términos generales, los estudiantes se consideran que son buenas para resolver problemas matemáticos. Esto indica gran autoconfianza a pesar de que, en muchas ocasiones, manifestaron que solucionarlos les causa dificultad. Así lo evidenciaron cuando estaban resolviendo los problemas presentados; en muchos casos, mostraron dificultad para poder completarlos. Atribuyen su buena disposición principalmente a razones afectivas. La mayoría manifestó que representan un reto y esto las motiva, otras indicaron que el tema es interesante y les gusta.

Las participantes caracterizaron el problema matemático como una situación de incertidumbre porque no saben de qué se trata ni el método para resolverlo. El problema requiere de un análisis más profundo, y en la solución intervienen varios conocimientos que se tienen que utilizar simultáneamente. En contraste, en los ejercicios, saben lo que van a hacer desde el principio, ya que éstos

se resuelven con un algoritmo conocido. Lo anterior muestra que las participantes tenían conocimiento sobre la diferencia entre un problema matemático y un ejercicio. Este aspecto es importante, ya que trasciende a cuando éstas ejerzan como maestras. Es decir, se esperaría que cuando les presenten problemas a sus futuros estudiantes, estos no sean ejercicios, sino problemas en el estricto sentido de la palabra. Este aspecto tiene relevancia educativa, ya que, en ocasiones, algunos maestros no tienen clara la diferencia entre estos dos conceptos, y les presentan “problemas verbales” a sus estudiantes, pensando que son problemas, cuando, en muchos casos, sólo son aplicaciones directas de los algoritmos previamente aprendidos. Lo anterior implica que estos “supuestos problemas” serían sólo ejercicios. Esta situación ha sido mencionada por algunos autores desde hace algunos años (Krulik & Rudnick, 1980).

Igual que en la investigación de Chapman (2005), la mayoría de las participantes manifestó que los pasos que utilizan para resolver un problema son: leer el enunciado, sacar los datos, determinar lo que pregunta y resolverlo. Éstas asignan mayor importancia a la comprensión del problema y menor importancia al proceso de resolverlo. Aún más, algunas asignan gran importancia a la lectura del problema porque piensan que en el enunciado está cifrada la forma de resolverlo. Es decir, se percibe que intentan encontrar en la lectura de los problemas la forma de resolverlos.

Las estudiantes manifestaron preferir las estrategias aritméticas y algebraicas sobre las gráficas. No obstante, se observó que muchas de ellas utilizaron estrategias gráficas cuando resolvieron los problemas que se les presentaron. Además, la mayoría utilizó estrategias aritméticas, en lugar de estrategias algebraicas. Todas indicaron que verificaban el problema para saber si la respuesta obtenida era correcta, aunque esto no se observó cuando resolvieron los problemas presentados. En general, se observó una divergencia entre muchos de los aspectos que decían y los procesos que efectuaban al resolver los problemas.

Cuando están en el proceso de resolver un problema y no saben cómo seguir adelante, algunas indicaron que volvían a leer y “re-leer” el mismo. Otras señalaron que lo dejaban temporalmente, es decir, lo intentaban más adelante. Una indicó que revisaba los apuntes para ver si había resuelto un problema similar

anteriormente; otra mencionó que buscaba ayuda. La mitad de las estudiantes indicó que “analizaban” el problema cuando no sabían cómo seguir adelante. Para ellas, un problema es difícil cuando: no lo pueden resolver en el primer intento o no lo entienden cuando lo leen. También son difíciles aquellos que tienen mucha información y los que incluyen distintas operaciones en el proceso de solución.

Al preguntarles cómo consideraban que se debía enseñar la solución de problemas en las escuelas, la mayoría indicó que se debe integrar más frecuentemente en las clases. Mencionaron que no se debe estudiar como un tópico aparte o aislado, sino que se debe enlazar con temas de la vida diaria. La creencia anterior es muy importante para cuando estén en los salones de clases, ejerciendo como maestras. Es decir, se esperaría que las mismas incorporaran frecuentemente la solución de problemas en las lecciones que presenten a sus futuros alumnos, aspecto que es muy deseable. Sin embargo, cuando se les preguntó sobre el número de problemas que incluirían en un examen de 10 preguntas, indicaron que sólo uno o dos problemas; las demás preguntas serían ejercicios. También indicaron que los maestros deben dar a los estudiantes más problemas para resolver; esto es, práctica más frecuente, aspecto que muchas de ellas no recibieron cuando eran estudiantes. Esto coincide con lo obtenido por Grouws y Good (2002), quienes encontraron que el tema de la solución de problemas no era muy frecuente en las clases de matemáticas de los maestros que entrevistaron.

Una de las participantes narró una experiencia negativa que había tenido con un profesor universitario cuando intentaba resolver un problema que involucraba raíces. Esto le causó que, cada vez que se enfrenta a algún problema que incluya esa situación, se le haga sumamente difícil poder resolverlo. De hecho, no pudo resolver el problema 2, el cual incluía una raíz cuadrada.

■ Conclusiones

Las participantes demostraron que poseían el conocimiento declarativo sobre solución de problemas, incluso podían establecer las diferencias entre un problema y un ejercicio. En contraste con los resultados de Chapman (2005), las estudiantes entrevistadas

mostraron una actitud positiva hacia la solución de problemas, indicando que se consideraban buenas en esta tarea. Sin embargo, al momento de resolver los problemas, mostraron las siguientes inconsistencias:

- Las participantes manifestaron que un problema era una situación en donde el proceso de solución no era evidente; sin embargo, esperaban encontrar, en el enunciado del problema, alguna clave para resolverlo.
- Las participantes indicaron que verificaban el problema para saber si la respuesta obtenida era correcta, aunque esto no se observó cuando resolvieron los problemas presentados.
- La mayoría indicó que se debe integrar el proceso de solución de problemas más frecuentemente en las clases, que no se debe estudiar como un tópico aparte o aislado; sin embargo, consideran que la evaluación se debe componer de varios ejercicios y sólo uno o dos problemas. La primera aseveración es consistente con lo establecido por el NCTM (1980, 1989, 2000) y por el Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico (2000, 2003, 2007). Esto implica que las participantes conocen lo que recomiendan las organizaciones profesionales sobre este particular.

Por otra parte, durante la sesión de solución de problemas, se pudo observar que las participantes mostraban características de novatos en la solución de problemas. Específicamente y en lo relacionado a los procesos metacognoscitivos, las participantes no expresaron su familiaridad con el problema, ni el nivel de dificultad del mismo; tampoco manifestaron su confianza para resolverlo.

■ Recomendaciones

Debido a la importancia de la actitud de los educadores en el desarrollo de la actitud de sus alumnos hacia las matemáticas (Lampert, 1990; Goos, 2006; Mewborn & Cross, 2007), es imperativo que los maestros tengan una coherencia entre la teoría y la práctica. Si bien es cierto que los maestros desarrollan muchos de los conocimientos y destrezas cuando están enseñando, es conve-

niente que se tengan en cuenta las siguientes recomendaciones en los programas de formación de maestros de matemáticas:

- Exponer a los futuros maestros frecuentemente a la solución de problemas en los cursos de matemáticas, de manera que desarrollen las destrezas necesarias para resolver los mismos y puedan enseñarlas apropiadamente a sus estudiantes. De esta forma se atenderá las recomendaciones ofrecidas por las asociaciones profesionales sobre el proceso de solución de problemas.
- Fortalecer, en los futuros maestros, el uso de diversas representaciones para resolver problemas; esto fortalecerá la conexión entre éstas, de forma que puedan utilizar la que sea conveniente en el momento apropiado.
- Fomentar el uso de estrategias algebraicas en los futuros maestros de escuela elemental, tal que las actividades aritméticas puedan ser atendidas con un significado algebraico.
- Incluir, en el currículo de los cursos de solución de problemas, un modelo de solución de problemas matemáticos que incluya el desarrollo de estrategias metacognoscitivas y ejercicios para el análisis y modificación de creencias, al igual que el desarrollo de estrategias cognitivas.

REFERENCIAS

- Ball, D. L. (1988). Understanding to teach mathematics. *For the learning of mathematics*, 8(1), 40-48.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90, 449-467.
- Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. *ORBIS, Revista Científica Ciencias Humanas*, 2 (6), 68-84.
- Chapman, O. (2005). Constructing pedagogical knowledge of problem solving: Preservice mathematics teacher. En H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of the international group for the psychology of mathematics education: Vol. 2* (pp. 225-232). Melbourne: PME.

- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243-270.
- De Corte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. (1996). Mathematics teaching and learning. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 491-549). New York: Macmillan.
- Departamento de Educación (2007). *Estándares de contenido y expectativas de grado*. San Juan, PR: Autor.
- Departamento de Educación (2003). *Marco curricular del programa de matemáticas*. San Juan, PR: Autor.
- Departamento de Educación de Puerto Rico (2000). *Estándares: Programa de matemáticas*. San Juan, PR: Autor.
- Feiman-Memser, S., McDiarmid, W., Melnick, S., & Parker, M. (1987). Changing beginning teachers' conceptions: A description of an introductory teacher education course. *Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association*. Washington, DC.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-236). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 163-176.
- Greeno, J. G., Collins, A. M., & Resnick, L. B. (1996). Cognition and learning. In D. C. Berliner, & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 15-46). New York: Macmillan Library Reference.
- Goos, M., & Galbraith, P. (1996). Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 229-260.
- Green, T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York, NY: McGraw-Hill Book, Co.
- Grows, D., & Good, T. L. (2002). Issues in problem-solving instruction. In D. L. Chambers (Ed.), *Putting research into practice in the elementary grades: Readings from journals of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 60-62). Reston, VA: NCTM.
- Hernández Rodríguez, O. (2002). *Procesos cognoscitivos y metacognoscitivos en estudiantes universitarios puertorriqueños en la solución de problema matemáticos no típicos*: Disertación doctoral no publicada, Universidad de Puerto Rico, Río Piedras, Puerto Rico.

- Kulik, S., & Rudnick, J. (1980). *Problem solving: A handbook for teachers*. Allyn and Bacon: Boston, MA.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 25 (1), 29-63.
- Leikin, R. (2003). Problem-solving preferences of mathematics teachers: Focusing on symmetry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 297-329.
- Leonard, J., & Joergensen, P. (2002). *Empowering all elementary pre-service teachers to teach children mathematics*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED469957).
- Lester, F. K., Jr. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (6), 660-675.
- Liljedahl, P. (2005). Aha! The effect and affect of mathematics discovery on undergraduate mathematics students. *International Journal of Mathematics Education Science and Technology*, 36(2/3), 219-236.
- Liljedahl, P., Rolka, K., & Rösken, B. (2007). Affecting affect: The reeducation of preservice teachers' beliefs about mathematics and mathematics learning and teaching. In G. W. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliott (Eds.), *The learning of mathematics* (pp. 319-330). Reston, VA: NCTM.
- Maqsdud, M. (1997). Effects of metacognitive skills and nonverbal ability on academic achievement of high school pupils. *Educational Psychology*, 17, 387-398.
- Mewborn, D. S., & Cross, D. I. (2007). Mathematics teachers' beliefs about mathematics and links to students' learning. In W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliot (Eds.), *The learning of mathematics* (pp. 259-269). Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980's*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation: Standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Santos Trigo, M. L. (1995). ¿Qué significa el aprender matemáticas? Una experiencia con estudiantes de cálculo. *Educación Matemática*, 7(1), 46-61.

- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). New Jersey, Erlbaum.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical belief and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 338-355.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.
- Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 82, 306-314.
- Swanson, H. L. (1992). The relationship between metacognition and problem solving in gifted children. *Roeper Review*, 15(1), 43-49.
- Törner, G., & Grigutsch, S. (1994). Mathematics Weltbilder bei studienanfänger-eine erhebung. *Journal für Mathematikdidaktik*, 15(3/4), 211-252.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., & Onghena, P. (2003). Preservice teachers' preferred strategies for solving Arithmetic and Algebra word problems. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 6(1), 27 - 52.