El Enfoque Ontosemiótico

PARA LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UNA REFLEXIÓN CRÍTICA

Waldo A. Torres Vázquez
Catedrático
Departamento de Matemática-Física
Universidad de Puerto Rico en Cayey
waldo.torres@upr.edu

RESUMEN

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un marco teórico amplio que organiza, unifica y clarifica nociones de otras teorías, enfoques y modelos con el fin de describir e investigar, de forma holística, los procesos de aprender y enseñar matemáticas. Se ha gestado desde los años 1980 bajo el liderato del Dr. Juan D. Godino, en la Universidad de Granada, y al presente ha sido aplicado para investigar los procesos didácticos en diversos temas de matemáticas. En este escrito, se proponen algunos cambios y clarificaciones en aspectos específicos de cada uno de los cinco componentes en los que está dividido el EOS: los sistemas de prácticas, los objetos y procesos, las configuraciones didácticas, los sistemas normativos y la idoneidad didáctica. Todos estos se interrelacionan y se fundamentan en postulados socioconstructivistas, semióticos e interaccionistas.

Palabras clave: configuración didáctica, educación matemática, función semiótica, marco teórico, ontología

ABSTRACT

The onto-semiotic approach (OSA) is a comprehensive theoretical framework that organizes, unifies and clarifies notions of other theories, approaches and models to describe and investigate, in a holistic way, the processes of learning and teaching mathematics. It has been simmering since the early 1980s under the leadership of Dr. Juan D. Godino at the University of Granada, and at present it has been applied to examine the didactic processes of various mathematical topics. This essay proposes some changes

CUADERNO DE INVESTIGACIÓN EN LA EDUCACIÓN
ISSN 1540-0786
NÚMERO 26 • DICIEMBRE 2011 • PP. 54-69

and clarifications to specific issues in each of the five components in which the EOS is divided: practice systems, objects and processes, didactic configurations, norm systems, and educational adequacy. These components are interrelated and based on socio-constructivist, semiotic and interactionist postulates.

Keywords: mathematics education, ontology, semiotic function, teaching configuration, theoretical framework

Desde comienzos de la década de 1990, el Dr. Juan D. Godino y su grupo de estudio e investigación con sede en la Universidad de Granada[1] inició el desarrollo de un marco teórico que integrara múltiples modelos existentes usados para investigar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aunque ha sido una tarea extensa y profunda, a la cual muchos investigadores han hecho aportaciones valiosas, debe aclararse *ab initio* que su propósito no es unificar *todas* las teorías existentes sobre educación matemática. Específicamente, este trabajo se ha realizado "a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adoptando principios didácticos de tipo socio constructivista e interaccionista" (Godino, Batanero & Font, 2008, p.1). Así pues, se aclara la postura filosófica y epistemológica en la que se fundamenta lo que ya se conoce ampliamente como el Enfoque Ontosemiótico (EOS).

Una de las aportaciones más importantes del EOS ha sido el poder organizar, unificar y clarificar nociones y términos usados en múltiples teorías y modelos, definiendo una ontología de objetos que permita entender, comunicar e investigar los significados y las representaciones del conocimiento matemático. El EOS se convierte, así, en un instrumento para definir problemas y metodologías de investigación en Educación Matemática. Muchas de estos trabajos se han realizado, principalmente, en varias partes de España y Latinoamérica, e incluyen resultados relacionados al aprendizaje de temas matemáticos específicos (Contreras, Font, Luque & Ordóñez, 2005; Godino, Batanero & Roa, 2005; Godino, Font & Wilhelmi, 2006; Godino, Wilhelmi & Bencomo, 2005) y a la formación de docentes (Font & Godino, 2006; Godino, Ruiz, Roa, Cid, Batanero & Font, 2004).

El EOS es considerado como una metateoría amplia y articulada que sirve de referente para múltiples investigaciones en didáctica de las matemáticas. En síntesis, este enfoque está formado por cinco componentes particulares e interrelacionados, que describen partes complementarias de los procesos de enseñar y aprender matemáticas. Estos componentes se consideran, a menudo, como "niveles" en el análisis progresivo de los procesos de estudio matemático y han sido descritos ampliamente en numerosos escritos (Godino & Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, Contreras & Font, 2006; Godino, Batanero & Font, 2007; D'Amore & Godino, 2007; Font, Godino & D'Amore, 2007; Font & Contreras, 2008; Godino, Font, Wilhelmi & Castro, 2009).

En esencia, el EOS resulta ser una herramienta teórica muy valiosa por dos razones principales: nos permite guiar investigaciones y formular modelos sobre estos temas y, además, nos permite enmarcar nuestras *acciones* en esos modelos para mejorar aquellas situaciones problemáticas que se pueden identificar en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Los cinco componentes se pueden identificar de la siguiente manera[2]: (1) análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas operativas y discursivas, (2) definición de configuraciones de objetos y procesos matemáticos usados en las prácticas matemáticas, (3) análisis de las trayectorias e interacciones didácticas a partir de los objetos y procesos, (4) identificación de normas y metanormas que influyen en los roles e interacciones didácticas, (5) valoración de la idoneidad didáctica como criterio de adecuación y pertinencia de todos los componentes anteriores.

La vinculación progresiva que se desprende de los títulos con que se han descrito los cinco componentes podría dar la impresión de linealidad en la aplicación del EOS, que está muy lejos de ser cierta. Se trata, pues, de un intrincado conjunto de relaciones "intra" e "inter" componentes que, sin embargo, se comunican linealmente solo para facilitar su estudio y descripción. El objetivo de este artículo no es describir en detalle el constructo o las aplicaciones ya desarrolladas con el EOS, pues el propio Godino y muchos de sus colaboradores han realizado esta tarea con mucha diligencia (algunos de estos resultados se incluyen en las referencias de este trabajo). La intención es sugerir la clarificación de algunas nociones específicas, así como algunas líneas de investigación vinculadas con algunos elementos del EOS que, en principio, pudieran enriquecer el propio modelo. Entendemos que, de esta manera, se aporta a mantener los marcos teóricos (el EOS en particular) como "entes vivos" al servicio de la investigación de procesos tan dinámicos y complejos como los de enseñar y aprender matemáticas.

Cada una de las siguientes secciones se refiere, de manera muy sucinta, a uno de los cinco componentes del EOS. Luego de una mención breve de sus atributos principales, se describen las propuestas para el replanteamiento de algunos de esos atributos. Las propuestas o ideas aquí presentadas no pretenden desarticular el cuidadoso trabajo de integración y síntesis que se evidencia en el EOS. Por el contrario, confiamos en que las aportaciones aquí contenidas contribuyan al proceso evolutivo necesario para que el EOS continúe siendo el valioso instrumento que hasta ahora ha demostrado ser.

Sistemas de prácticas operativas y discursivas

Este componente del EOS incluye toda la praxis relacionada con el proceso de resolver, validar y generalizar problemas matemáticos, así como comunicar (con las representaciones semióticas adecuadas) todos estos procesos y la solución, o soluciones, a cada problema planteado. Se distinguen, como grupos complementarios en este componente, los sistemas de *prácticas personales* y los de *prácticas institucionales*[3]. Los primeros incluyen los significados que desarrolla el aprendiz como resultado de su interacción con el núcleo social, los lenguajes y el diseño didáctico al que está expuesto mientras aprende. De otra parte, las prácticas institucionales son aquellas que se consideran compartidas por una institución, o colectivo de personas, que tienen características particulares.

En esta noción del significado institucional subyacen premisas de tipo socioepistémico que son comunes en el EOS. Para cada uno de estos dos sistemas de prácticas, se definen tipologías con el fin de aclarar sus relaciones en el proceso de enseñar y aprender matemáticas. Los autores utilizan, hábilmente, los diagramas de Venn para destacar las relaciones entre los diferentes tipos de prácticas

(Figura 1). En la tipología de los sistemas de prácticas personales, por ejemplo, se definen las prácticas *logradas* como aquellas manifestadas de forma progresiva por el alumno. Se infiere del modelo que algunas de estas pueden *no* ser parte de las prácticas *declaradas* a propósito de las pruebas de evaluación propuestas. De esta manera, se reconoce que algunos estudiantes son capaces de lograr exitosamente prácticas que, tal vez, no fueron formalmente declaradas en un principio. Así, vemos un ejemplo de cómo la ontología desarrollada en el EOS es suficientemente flexible para reconocer la complejidad de aquello que trata de describir. Algo parecido ocurre en la descripción de la tipología para los significados institucionales cuando se admite que algunas prácticas *implementadas* por el docente pueden no haber sido, en un inicio, parte del grupo de prácticas *pretendidas* (o previamente planificadas).

Figura 1. Resumen de Sistemas de Prácticas

Además, este componente del EOS destaca cómo se interrelacionan, a lo largo del tiempo, los significados personales e institucionales en función de las relaciones dialécticas entre la enseñanza y el aprendizaje. Se argumenta que “la enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que soporta los significados institucionales, y el aprendizaje, en última instancia, supone la apropiación por el estudiante de dichos significados”

(Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi, 2006). Entendemos que no es suficiente solamente declarar que los alumnos se *apropiarán* de los significados colectivos y que estos aportarán a las definiciones colectivas. Sin menoscabar la validez de esta relación dialéctica, nos preguntamos: ¿cómo se consolida, específicamente, la comunidad de prácticas que representa los significados institucionales? ¿Qué influencia tienen, en los significados institucionales, las relaciones de poder que son inherentes a toda institución educativa? ¿Acaso debemos reconocer que, aún en instituciones socialmente homogéneas, las prácticas institucionales no se manifiestan claramente, pues a menudo están implícitas?

Sobre este particular, se recomienda clarificar la dimensión institucional del sistema de prácticas en el marco de la Teoría General de Sistemas, según se ha aplicado recientemente en muchos aspectos de la educación matemática. Esta teoría trasciende la visión de que es posible conocer un sistema descomponiéndolo en sus partes[4] y agregando, al final, el análisis de cada una. Se parte de la premisa de que este es "algo más" que la suma de sus partes y que las relaciones, a menudo no lineales y discontinuas, entre las partes afectan el sistema en su totalidad.

La noción de relaciones sistémicas es un aspecto central de la teoría de sistemas y también de la construcción de procesos reflexivos en un "todo integrado" que cambia constantemente de acuerdo a reglas, a menudo no lineales (Geoghegan, nd). En el libro *Escuelas que aprenden* (2000), Senge y sus colaboradores describen los constructos y las estrategias que se han utilizado con éxito para reconocer y desarrollar colectivos escolares como organizaciones que aprenden. Usando como referencia su marco conceptual de las *cinco disciplinas*[5], estos traen a los escenarios educativos las teorías sobre sistemas formales y el aprendizaje "institucional", que con mucho éxito se han usado en disciplinas científicas y en el mundo empresarial. Es evidente que las prácticas denominadas institucionales no necesariamente se dan por consenso entre las personas o por decreto de un grupo, sino como resultado de interrelaciones altamente complejas, con ciclos de retroalimentación positiva y, a veces, como resultados no planificados de interacciones entre las partes del sistema. Por lo tanto, al replantear la dimensión institucional del EOS en el marco de la Teoría General de Sistemas, podremos utilizar sus métodos de representación, así como características importantes ya estudiadas en esta teoría, como la *auto-organización* y la capacidad de *emerger* que tienen algunos sistemas.

Configuración de objetos y procesos

En el EOS, los "objetos matemáticos no son solo los conceptos, sino cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo" (Godino & Font, 2002, p.2). Los objetos matemáticos son para ser "comprendidos", y, en el EOS, esto se describe por medio de la *función semiótica*, la cual se define como aquella en la que el objeto (como significante) tiene significados en función de un sistema de prácticas (personales o institucionales) ante cierta clase de situaciones-problemas. Con este enfoque ontológico se trasciende la visión superficial de objetos matemáticos que se reducen a sus definiciones y relaciones lógicas con otros objetos. Es decir, "los objetos no son sólo los conceptos, sino cualquier entidad a la que nos referimos (real o imaginaria) que intervienen, y los que emergen, de algún modo en la actividad matemática" (Godino *et al*., 2009, p.11).

El EOS define *seis objetos primarios*, cuyas interrelaciones se ilustran en la Figura 2. Con puntos de partida en la Teoría Antropológica y las diferentes versiones del *triángulo epistemológico*, los creadores del EOS formulan la siguiente ontología de objetos: (1) el lenguaje (términos, expresiones, gráficos, etc.), (2) los conceptos (mediante definiciones o descripciones), (3) las proposiciones (enunciados sobre conceptos), (4) los procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas, etc.), (5) las situaciones (problemas, tareas, ejercicios, etc.) y (6) los argumentos (validan las proposiciones y procedimientos). La unión de (2), (3) y (4) describe, en cierto sentido, lo que se denominan las "ideas" del triángulo epistemológico, que, a su vez, se relacionan con los símbolos (1) del lenguaje (significantes). Finalmente, la combinación de (5) y (6) se puede entender como los contextos u objetos de referencia[6].

Debemos señalar que este segundo componente del EOS es el más abarcador de todos, y que cada tipo de objeto es descrito con detalle por medio de una serie de *atributos* o "dimensiones duales"

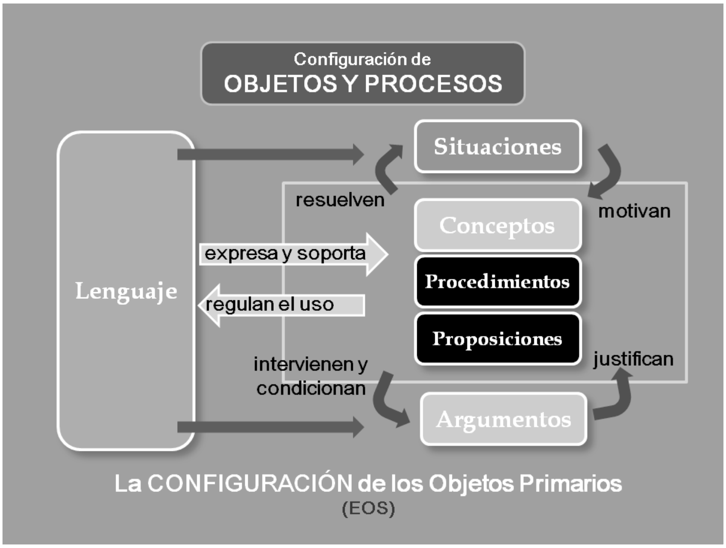

Figura 2. Los seis Objetos Primarios

que se aplican de manera dialéctica y nos permiten profundizar en las nociones cognitivas atribuidas a cada objeto. Los seis objetos primarios, y todos los que se derivan de ellos, también son descritos en función de los *procesos* importantes en la actividad matemática. Estos son esencialmente procesos cognitivos que nos llevan a profundizar en la naturaleza de los objetos de una manera dinámica y pragmática, pues establecen vínculos entre ellos y sus atributos complementarios. Se completa, así, una ontología de objetos amplia, articulada e integradora con la cual se puede describir una parte importante del conocimiento matemático.

En su evolución, el Enfoque Ontosemiótico ha tenido múltiples y necesarias revisiones. En este componente, por ejemplo, los trabajos publicados inicialmente definían dos de los seis objetos primarios de manera diferente (Godino, 2002). En primera instancia, antes se llamaba “acciones” al objeto que ahora se llama “procedimientos”. Entendemos que, de esta manera, se aclara el significado de los aspectos operativos (algoritmos, técnicas, etc.). Además, antes se denominaba “propiedades” al objeto que ahora se llama “proposiciones”, que adecuadamente recoge el sentido de los “atributos de los objetos matemáticos” con la palabra de uso más común en la práctica.

En medio de este proceso evolutivo natural de las teorías, el término "procedimientos" es necesario, pero la noción más general de "acciones" puede permanecer como uno de los objetos primarios por su importancia, siempre y cuando lo entendamos no solo en el contexto limitado de los "procedimientos matemáticos", sino como las acciones-reacciones del sujeto ante las tareas matemáticas, al momento de realizar esos procedimientos. En correspondencia con los fundamentos socioconstructivistas y antropológicos del EOS, la noción más amplia de "acciones", de parte del que aprende, no debe limitarse a operaciones matemáticas solamente. Un objeto relevante en esta ontología debe ser el cúmulo de acciones y reacciones que abarcan nociones socioculturales y semióticas consustanciales con la práctica operativa de las matemáticas. Se vislumbra aquí una línea de investigación, o, al menos, de reflexión teórica, que tenga como propósito enriquecer la ontología primaria de objetos matemáticos.

Configuraciones y trayectorias didácticas

Este componente describe con detalle los roles entre los sujetos (docentes y estudiantes) y de estos con los objetos matemáticos como un sistema integrado y complejo vinculado a una o más situaciones-problemas. Es un trabajo que tiene como punto de partida la Teoría de Configuraciones Didácticas (Godino, Contreras & Font, 2006) y es de mucha utilidad para describir y analizar la relación entre los procesos de enseñar y aprender matemáticas. En una *Configuración Didáctica* se definen varios subprocesos que, integrados, modelan las relaciones sujetos-objetos: (1) epistémico, (2) cognitivo-afectivo, (3) instruccional. En este último se articulan las relaciones estudiantes-docente-medios. Debe estar claro que las configuraciones no son conjuntos de relaciones lineales simples, sino una compleja red de interrelaciones que abarcan todos los subprocesos mencionados. Cada configuración constituye, en sentido metafórico, un "retrato" particular de lo que es un continuo de relaciones que progresa en el tiempo conformando lo que comúnmente se conoce como una *trayectoria didáctica* (ver Figura 3).

Este componente se enfoca principalmente en la descripción de los patrones de interacción y su relación con los aprendizajes de

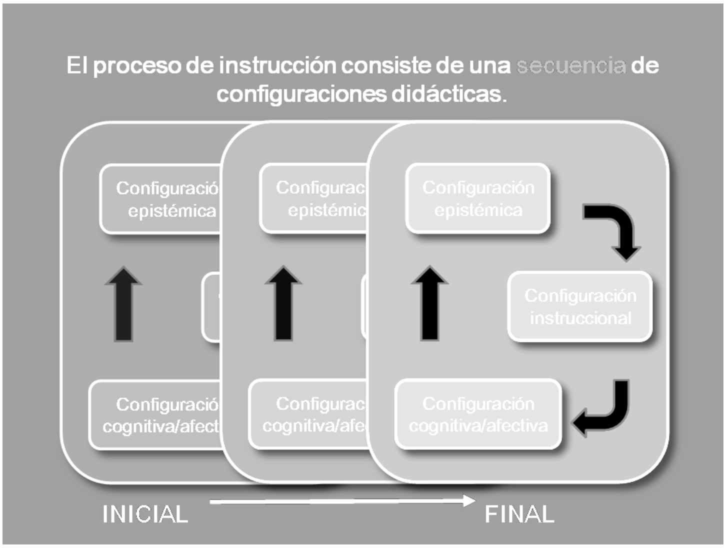

Figura 3. Trayectorias y configuraciones didácticas

los estudiantes (trayectorias cognitivas). Estos resultados pueden ser de mucha utilidad para los docentes en su proceso de planificación de la enseñanza en el aula, además de sus ventajas como referente teórico para investigaciones sobre la efectividad de los procesos didácticos en las clases de matemáticas. Entendemos que, en este componente, se puede clarificar aún más la noción de "trayectoria didáctica" para trascender la noción común de "secuencia de configuraciones" que tiene connotaciones predominantemente lineales. Sugerimos revisar la ontología para acercarse más a un "retículo didáctico", de manera que se puedan explicar con mayor claridad las relaciones no-lineales entre las diferentes configuraciones (epistémica, cognitiva-afectiva, instruccional) según progresan en el tiempo, como en una red.

Dimensión normativa

Se consideran, en este componente, todas las normas sociales y sociomatemáticas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio. Estas normas, implícitas o explícitas, existen para dar sostén y sentido a las configuraciones y trayectorias didácticas planificadas. Las normas son importantes referentes para todos los demás componentes del sistema didáctico, pues permiten establecer pautas de acción a lo largo de cada trayectoria. El EOS propone cuatro tipologías para clasificar todas las normas. Estas son: (1) según su faceta, (2) según su origen, (3) según su momento, (4) según grado de coerción. La tipología que clasifica las normas en seis diferentes *facetas* es la más amplia y de mayor pertinencia didáctica, de entre todas las tipologías. La figura 4 presenta las cuatro tipologías.

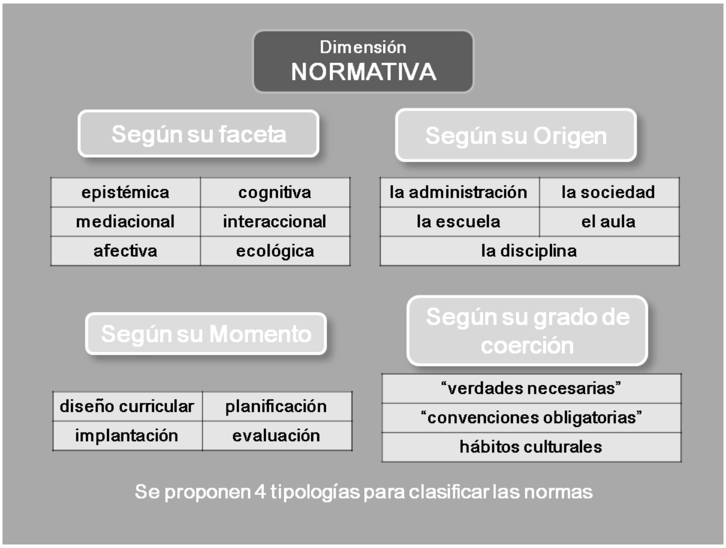

Figura 4. Dimensión normativa

En principio, podemos tomar cualquier grupo de normas y clasificarlas de alguna (o de todas) estas cuatro maneras diferentes. O sea, cada tipología forma un conjunto de conjuntos que son mutuamente excluyentes (dentro de esa tipología) y, en principio, cualquier grupo de normas puede clasificarse en cualquiera de los conjuntos que componen cada tipología.

Sobre este asunto, es pertinente hacer algunos juicios valorativos. ¿Es posible que algún conjunto de normas definidas de acuerdo a una de las cuatro tipologías pueda no ser parte o “intersecar” a otro según definidas en otra tipología? O, más importante aún, ¿deben identificarse razones válidas por las cuales las normas de cierta clase en una tipología no deban pertenecer a otra clase en otra tipología? Por ejemplo, ¿es apropiado que las normas *afectivas* (según la tipología de “faceta”) puedan ser consideradas como normas de *administración* (según la tipología de "origen")? ¿Será posible (o beneficioso) que las normas, leyes u órdenes con un alto grado de coerción puedan ser consideradas también como normas *epistémicas* (de acuerdo a su "faceta")? Una posible respuesta a estas interrogantes es: claro que sí. Cualquier combinación de diferentes clasificaciones es *posible* en las tipologías definidas. Sin embargo, el asunto medular es si algunas de esta combinaciones no resultan en obstáculos específicos para el desarrollo de las trayectorias didácticas planificadas, y si pueden minimizar las posibilidades reales de que los alumnos se apropien efectivamente del conocimiento pretendido.

No se quiere reclamar que el EOS deba abordar estos aspectos valorativos, sino que quienes lo utilicen investiguen las implicaciones reales que tienen las clasificaciones de normas al momento de ejercer su función reguladora del aprendizaje. Una línea de investigación abierta parece ser la de identificar criterios epistémicos que nos permitan reconocer las implicaciones didácticas de aplicar ciertas normas en el contexto de alguna de las tipologías del EOS.

Criterios de idoneidad didáctica

En este último componente del EOS, el propósito principal es el de guiar las acciones específicas que los investigadores pueden proponer como resultado de la comprensión y el grado de idoneidad que se deriva de lo descrito en los componentes anteriores. O sea, es aquí que se evalúan los resultados de los demás componentes y se aportan herramientas para analizar y justificar la elección de los objetos, procesos, secuencias y normas. En este componente, se definen seis criterios de *idoneidad,* que corresponden a los seis tipos de sistemas de normas de acuerdo a su enfoque y que pretenden valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje que se hayan realizado. La meta es simple y específica: guiar el mejoramiento de estos procesos. Los seis criterios deben aplicarse de manera integrada reconociendo sus múltiples interacciones y su naturaleza sistémica, y la idoneidad se debe entender de acuerdo al contexto y al momento particular en que se estudia (Godino *et al.*, 2009).

Estos criterios se deben aplicar según el momento del proceso de instrucción que se considere, sea en el diseño, la implementación o la planificación. En Godino y colaboradores (2006) se detallan los componentes y descriptores de las idoneidades parciales que se aplican en la definición de idoneidad didáctica. Al igual que hemos hecho anteriormente, recomendamos aquí la clarificación de *idoneidad didáctica* como criterio sistémico de la pertinencia en el contexto de la Teoría general de Sistemas.

En este componente es de gran importancia un enfoque moderno como el descrito en la *teoría general de sistemas*, pues se pretende que el principal indicador empírico de esta idoneidad pueda ser "la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/implementados" (Godino *et al.*, 2009, p.70). La referida "adaptación" es, necesariamente, el resultado de una intrincada red de relaciones, ciclos y otras trayectorias no lineales por la que progresan los significados a través del proceso de instrucción.

Reflexiones finales

El Enfoque Ontosemiótico ha resultado ser una valiosa herramienta para entender las complejidades de los procesos de enseñar y aprender matemáticas, así como para guiar investigaciones importantes en la didáctica de las matemáticas. La clarificación de términos y nociones, así como de relaciones entre los componentes que interactúan en estos procesos ha sido un punto de partida seguro para guiar a muchos investigadores y educadores. En este trabajo, se ha intentado aportar algunas ideas adicionales con el propósito de aclarar y, a veces, re-enfocar, algunos aspectos específicos del EOS, pues se entiende que pueden ser de beneficio para quienes lo utilizan y aliciente para motivar a quienes aún puedan tener dudas de sus importantes aplicaciones.

REFERENCIAS

Contreras, A., Font, V., Luque, L. & Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *25*(2), 151–186.

D'Amore, B. & Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *10*(2), 191-218.

Font, V. & Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 69*, 33-52.

Font, V. & Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaçao Matemática Pesquisa*, *8*(1), 67-98.

Font, V., Godino, J. D. & D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, *27*(2), 2-7.

Geoghegan, N. (nd) *Re-search relationships*: *A systems approach to mathematics education using the metaphor of SEARCH as a paradigm for classroom teaching and learning*. Recuperado de http://www.aare.edu.au/03pap/geo03572.pdf

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, *22*(2/3), 237-284.

Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135.

Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2008). *Síntesis actualizada del EOS en formato poster; se muestran las fuentes y conexiones con otros marcos teóricos* (póster). Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/poster_EOS_19diciembre08.pdf

Godino, J. D., Batanero, C. & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, *60*(1), 3-36.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma, 27*(2), p. 221-252.

Godino, J. D., Contreras, A. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26*(1), 39-88.

Godino, J.D. & Font, V. (2002). Algunos desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas, Anexo al artículo, Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *22*(2-3), 237-284.

Godino, J. D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Volumen Especial, 131-155.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. & Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 59–76.

Godino, J. D., Ruiz, F., Roa, R., Cid, E., Batanero, C. & Font, V. (2004). Matemáticas para maestros, Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. & Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 4*(2), 1–26.

Senge, P., Cambron-McCabe, N., Lucas, T., Smith, B., Dutton, J. & Kleiner, A. (2000). *Schools that learn*. New York, NY: Doubleday/Currency.

NOTAS

1 La mayoría de las publicaciones de este grupo de estudio pueden encontrarse en http://www.ugr.es/~jgodino/

2 Estas descripciones han evolucionado bastante desde que se comenzó a desarrollar el EOS. Inicialmente se consideraban más como "nociones" o herramientas teóricas, y más recientemente, como procesos articulados para la investigación didáctica.

3 En sus inicios, el EOS denominaba los "sistemas de prácticas" como "significados", pues, de esta manera, se resalta la importancia que tiene la práctica con los objetos e ideas matemáticas para que los alumnos se apropien de los significados.

4 Esta es la visión clásica de Descartes, pero ha sido cuestionada desde principios del siglo XX, principalmente por los trabajos de Ludwig Von Bertalanffy (1928). La Teoría General de Sistemas es aplicada con éxito actualmente en muchos campos del saber, incluyendo la educación.

5 Peter Senge publicó por primera vez sus trabajos sobre la práctica de las organizaciones que aprenden en el año 1990. Desde entonces, han sido aplicados a múltiples disciplinas. En cierta manera, su primera publicación (“The Fifth Discipline”) define un enfoque ontosemiótico del pensamiento sistémico.

6 Vergnaud (1990) se refiere al lenguaje como las “representaciones simbólicas”, a las ideas o conceptos como “invariantes que constituyen los conceptos” y al tercer vértice del triángulo como las “situaciones”.