MODELOS FORMALES

Por ARMANDO ASTI VERA

En la definición de Peter Achinstein, está implícita una aproximación a la noción de modelo: un modelo es "un conjunto de supuestos sobre algun objeto o sistema".[1] Más rigurosa es la definición formulada por Tarski: se llama modelo (M) de una teoría (T) a una realización posible de T en la cual se satisfacen todos los enunciados válidos de dicha teoría.[2] Es fácil ver la distancia que separa ambas definiciones: la primera es una caracterización intuitiva, la segunda una definición lógica.

Teniendo en cuenta el uso indeterminado de las distintas nociones de modelo, empezaremos por denunciar algunos pseudo-sinónimos de dicha palabra: (a) el diseño de una máquina; (b) el sistema lingüístico con respecto al cual un modelo es tal; (c) una estructura, por el hecho de que varias estructuras aparentemente distintas pueden tener el mismo modelo y viceversa; (d) un sistema abstracto, desde que el mismo sistema abstracto puede tener diferentes modelos; (e) un sistema concreto; (f) la realidad y (g) el conjunto de los objetos físicos. Estos falsos sinónimos de la palabra "modelo" y otros más han sido señalados por Yuen Ren Chao en su estudio *Models in Linguistics and Models in General.*[3] El es-

---

[1] V. su ensayo *Modelos teóricos* (trad. de J. A. Roetti) en *Tarea*, nº 1, Ed. del Departamento de Filosofía de La Plata, 1968.

[2] V. TARSKI y COL., *Undecidable Theories*, North Holland Publishing, 1953, p. 11.

[3] V. YUEN REN CHAO, *Models in Linguistics and Models in General*, en NAGEL, E., SUPPES P. Y TARSKI, A., *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, California, Stanford University Press, 1962, p. 564.

clarecimiento de éstas y otras nociones análogas se irá desprendiendo naturalmente de las precisiones conceptuales y los desarrollos que llevaremos a cabo en este trabajo.[4]

Modelo y teoría

Para algunos autores, modelo y teoría son también expresiones sinónimas; así, por ejemplo, se manejan como equivalentes los términos "teoría de la relatividad" y "modelo relativista". Braithwaite ha observado que algunos economistas llaman "modelos" a teorías que han sido expresadas matemáticamente; asimismo hay psicólogos que denominan "modelos" a sendas teorías del aprendizaje siempre que sean formuladas estadísticamente. Algunos economistas usan la palabra "modelo" como un mero sinónimo de las expresiones *teoría formalizada* o *teoría semi-formalizada*.[5]

Braithwaite explica que hay tres razones para dar cuenta de estas tendencias: 1o.) la teoría parece "pequeña" sea porque su tema es limitado o por su escaso desarrollo deductivo y, en esos casos, la palabra "modelo" parece más modesta que el término "teoría".

(Si comparamos este modo de emplear el término que aquí nos ocupa con el denunciado más arriba por Yuen Ren Chao, advertimos que las respectivas intenciones son opuestas.)

La segunda razón —siempre según Braithwaite— es que las teorías formalizadas o semi-formalizadas no son frecuentes en las ciencias sociales (excepto en economía), por ello conviene destacar ese carácter mediante una nueva expresión; 2o.) la teoría es considerada sólo *aproximativa* y, para señalar esta característica, puede resultar útil la palabra "modelo".

---

[4] Un desarrollo preliminar de la teoría de los modelos puede verse en mi libro *Metodología de la investigación*, Buenos Aires, Kapelusz, 1968. V. también mi trabajo *La investigación de modelos en la historia de la ciencia*, en las *ACTAS* del Congreso Argentino de Historia de la Ciencia, Córdoba, 1970, en prensa.

[5] Una *teoría científica* es un sistema deductivo construido a partir de ciertas hipótesis iniciales. Cuando la teoría es expresada por medio de un *cálculo* se dice que es una *teoría formalizada;* cuando sólo se usa *parte* de un cálculo se la denomina *teoría semi-formalizada*.

Un *cálculo* o *sistema formal axiomático* está constituido por una sucesión de enunciados o fórmulas en la cual las hipótesis iniciales son los *axiomas* y los enunciados son *teoremas*, es decir, enunciados deducidos a partir de las hipótesis iniciales o axiomas.

La conclusión de Braithwaite es que ninguna de estas razones basta para negar el carácter teórico a un sistema científico; a lo sumo —propone— podrían usarse las expresiones "teorúncula" o "teorita" para señalar las limitaciones apuntadas en los dos primeros argumentos. Consideramos acertada esta crítica así como los neologismos introducidos por Braithwaite, que servirían para calificar más ajustadamente a ciertas teorías axiomáticas menores.

A nuestro juicio, la identificación entre teorías y modelos se debe a que no existen distinciones lógicas importantes entre ambos. Ello no significa olvidar algunas distinciones epistemológicas. Ante todo, creemos necesario destacar el carácter *relativo* del concepto de modelo: todo modelo es *modelo con respecto a una teoría* (o a otro modelo); además, una teoría puede tener más de un modelo. Recuérdese que E. Nagel define el concepto de modelo como un "conjunto de proposiciones verdaderas que tienen la misma estructura formal —o el mismo cálculo— que una teoría".[6]

Es decir que un modelo de una teoría es "otra teoría" *isomorfa* con respecto a la primera. Decimos que dos teorías son isomorfas cuando tienen la misma estructura o, dicho con otras palabras, cuando existe una correspondencia biunívoca entre los respectivos conceptos de dichas teorías que dan origen a una correspondencia también biunívoca entre las proposiciones de ambas.[7] La correspondencia biunívoca entre las proposiciones respectivas de las dos teorías (es decir, de la teoría y su modelo) significa que si una proposición de la teoría se sigue lógicamente de un conjunto de proposiciones de dicha teoría, el correlato en el modelo de la proposición derivada en la teoría, debe deducirse del conjunto de proposiciones del modelo que son correlativas del conjunto de proposiciones de la teoría.

Si conservamos la distinción entre modelo y teoría, podemos apuntar las siguientes diferencias:

---

6 V. E. Nagel, *The Structure of Science*, London, Routledge and Kegan Paul, 1961, p. 90.

7 Se dice que dos conjuntos están en *correspondencia biunívoca* cuando cada elemento de uno de los conjuntos se corresponde con otro del segundo conjunto, y recíprocamente. Por ejemplo, decimos que un conjunto de sillas está en correspondencia biunívoca con un conjunto de personas cuando cada silla es ocupada por una persona y cada persona tiene su silla; es decir, cuando no sobran ni faltan personas o sillas. Dos conjuntos en correspondencia biunívoca son isomorfos (tienen la misma estructura). La palabra "estructura" se entiende, en lógica y matemática (y también en otras ciencias), en el sentido de forma lógica o matemática (abstracta).

1) La relación modelo-teoría no es recíproca, es asimétrica, porque es posible encontrar o construir un modelo para una teoría, pero no una teoría con respecto a un modelo.

2) El término "teoría" es más genérico (o, como dice Achinstein, "más amplio") que la palabra "modelo".

3) La palabra "teoría" en el contexto clásico (por ejemplo, en los diálogos platónicos) tiene un significado metafísico: visión (*contemplatio*) de la realidad trascendente. En la epistemología contemporánea, el significado metafísico de la palabra teoría es reemplazado por la connotación "construcción conceptual" y, más frecuentemente, por la idea de elaboración formal (axiomática). Desde este último punto de vista, "teoría" es un término menos comprometedor que "sistema". Es indudable que el sentido postulacional de las teorías científicas actuales es reflejado más adecuadamente por el término "modelo".

Problemas lógicos y metalógicos de los modelos

Algunas ventajas de los modelos —más fácilmente detectables en los modelos matemáticos— son la operatividad, la formulación precisa de propiedades y relaciones y la simplicidad de los desarrollos deductivos favorecidos por el cálculo. En estas mismas ventajas, sin embargo, están implícitos los riesgos. La simplificación matemática puede conducir a confundir la exactitud lógica con la validez de la verificación empírica en el campo original. Asimismo, el análisis matemátio ofrece sólo la *forma* de una explicación pero no una verdadera *explicación*.

En mi libro ya citado *Metodología de la investigación* destaqué que los mayores peligros de los modelos residen en lo que constituye su principal mérito: la abstracción. En mayor o menor grado, en todos los modelos, se cumple un proceso de abstracción y ésta supone cierta simplificación (abstraer es separar); ahora bien, puede acontecer que se confunda la precisión del modelo *simplificado* con la realidad *compleja* de la que ha sido extraído. Por otra parte, formalizar estrictamente un problema (cuando se puede hacerlo) no significa haberlo resuelto. Incluso habiendo alcanzado la solución, el modelo formal puede constituir una desnaturalización —o, en el mejor de los casos, cierta reducción— de la rica y compleja estructura de la cuestión originaria.

Los procedimientos de prueba de los modelos implican: (a) el control de la adecuación del modelo a los fenómenos, objetos o relaciones del sistema original y (b) la verificación de la solución. Durante el proceso de construcción del modelo, éste debe ser sometido a un control continuo: comprobar si posee las constantes y las variables relevantes, si son evaluadas adecuadamente y si la forma de la función es correcta. La determinación de la adecuación del modelo se refiere a su finalidad y a las exigencias de su elaboración (costo, tiempo, personal empleado).

Este procedimiento de control del modelo durante el proceso de su construcción se realiza por *partes*. La prueba se basa en su valor predictivo: el modelo predice los valores del resultado como una función de los valores de un conjunto específico de variables y constantes. Como dice Ackoff, "la prueba del modelo como un todo consiste en probar su capacidad predictiva". Una vez que se ha verificado la carencia de sesgos del modelo, hay que probar su confiabilidad, lo que se hace estimando la variación de las desviaciones entre el resultado observado y el previsto.

La prueba de un modelo puede realizarse también mediante el procedimiento llamado *simulación* que, con la construcción de los computadores electrónicos, se ha constituido en un medio de prueba de gran alcance práctico. El método de simulación es la representación *dinámica* de un proceso que el modelo representa *estáticamente*: el modelo es como una *fotografía*, la simulación como un *film*. Ackoff dice que el modelo *representa* un fenómeno, en cambio la simulación lo *imita*. Por eso, modelo y simulación, lejos de ser opuestos son complementarios, desde que la simulación es, en realidad, una experimentación vicaria del modelo, esto es la realización de experimentos por medios artificiales.

Hemos visto anteriormente que Nagel usa en su definición la expresión "proposiciones verdaderas", ¿esto quiere decir, entonces, que en la noción de modelo interviene la idea de verdad? En primer lugar, conviene aclarar que las proposiciones iniciales del modelo —correlativas de las proposiciones iniciales de la teoría— *no necesitan ser verdaderas*. La única exigencia al respecto es que las proposiciones restantes del modelo sean deducidas lógicamente de las primeras. Esta condición es exigida también a las teorías axiomatizadas, por eso en seguida veremos qué relación existe entre esta característica de los modelos y la prueba de consistencia absoluta de las teorías axiomatizadas.

Si bien las proposiciones de los modelos no tienen por qué ser verdaderas, los modelos deben ser *válidos* y las condiciones de validez de los mismos son fundamentalmente dos: 1o.) que sean isomorfos con respecto a las respectivas teorías y 2o.) que sean útiles. La primera condición es obvia desde que es la esencia lógica de la definición de modelo; veamos, pues, cuál es la significación de la segunda. Y ésta es: lo que interesa en los modelos es el *criterio de eficacia*, entendido, antes que nada, como eficacia científica. No obstante, en segundo término, se puede pedir a los modelos otro tipo de utilidad, como se verá más abajo. En síntesis, en las teorías importa establecer un *criterio de verdad* para determinar su consistencia, en los modelos interesa determinar un *criterio de utilidad*. Cierto es que el aparente olvido de la exigencia de un criterio veritativo obedece a diferirlo implícitamente a la teoría, desde que el modelo cumple la condición de isomorfismo con ella.

Un segundo problema —que pertenece a la metalógica— es el que se denomina prueba semántica de la consistencia de una teoría axiomatizada. Se exige que una teoría formalizada cumpla ciertas condiciones: independencia, saturación, completicidad, decidibilidad y consistencia. La demostración de la consistencia de una axiomática —que es el punto clave de la coherencia de la teoría— puede realizarse mediante un modelo. Un ejemplo lo constituye la geometría euclídea, considerada tradicionalmente consistente porque tiene un modelo: el mundo físico. En efecto, la axiomática euclídea se corresponde biunívocamente con el espacio físico y los objetos que lo pueblan.

El matemátco D. Hilbert encontró un modelo de la geometría euclídea, interpretando la palabra "punto" como "par de números", la expresión "línea" como "ecuación de primer grado con dos incógnitas"; la expresión "círculo" como "ecuación de segundo grado de cierta forma". En este caso, la consistencia de los postulados de la geometría euclideana queda establecida mostrando que existe un modelo algebraico que los satisface. En realidad, la clave de la prueba hilbertiana a través del modelo algebraico se distingue de la prueba clásica de consistencia (por el modelo físico) solamente por la naturaleza del modelo: el de Hilbert es *matemático*, el clásico era *físico*. (Por otra parte, el modelo algebraico muestra el isomorfismo entre el álgebra y la geometría, que es la base de la geometría analítica descubierta por el filósofo Descartes.)

Probar la consistencia de una teoría no significa solamente demostrar que es no-contradictoria en su formulación fundamental, hay que demostrar, además, que no será posible derivar *jamás* de ella dos enunciados contradictorios. Más fácil que alcanzar esta demostración, que se llama "prueba de consistencia absoluta", es probar la consistencia relativa por medio de un modelo. Este tipo de demostración se ha logrado también con respecto a las geometrías no euclideanas. En efecto, se puede probar la consistencia de la geometría no euclideana de Riemann mediante un modelo euclideano. Para construir este modelo, basta con establecer la siguiente correspondencia entre la geometría de Riemann y la de Euclides: el concepto riemaniano de "plano" corresponde a la noción euclideana de "superficie de una esfera", el de "línea recta" al de "arco de círculo máximo", y así siguiendo.

Un tercer problema —también de naturaleza metalógica— es el del valor predictivo de los modelos. Braithwaite (en el trabajo citado) afirma que el modelo es una *teoría más fuerte* que aquella con respecto a la cual es un modelo, porque puede establecer nuevas generalizaciones acerca de propiedades observables que no son posibles a partir de la simple teoría. Estas generalizaciones son verificables empíricamente, es decir que constituyen el valor predictivo del modelo.[8]

Modelo e interpretación

Se ha dicho también que el modelo tiene un valor explicativo. En efecto, encontrar o construir un modelo de una teoría equivale a conocer o descubrir su estructura, lo que, evidentemente, aumenta la inteligibilidad de la teoría.[9] El poder explicativo del modelo ha sido entendido, además, en otra dirección: la simplificación de la complejidad de una teoría.

Desde esta nueva perspectiva, cabe anotar lo siguiente: 1o.) el uso didáctico de modelos concretos como apoyo intuitivo que facilite el acceso a la estructura abstracta; ejemplos de este uso lo constituyen las representaciones gráficas de relaciones matemáticas; 2o.) la reducción de una teoría a un modelo construido con conceptos

---

[8] Véase un desarrollo analítico del valor predictivo de los modelos en la obra de Abraham Kaplan *The Conduct of Inquiry*, San Francisco, Chandler Publishing Company, 1964, pp. 346-351.

[9] V. un desarrollo de la noción de estructura en mi libro *Fundamentos de la filosofía de la ciencia*, Buenos Aires, NOVA, 1967, pp. 92-108.

familiares, verbigracia, la construcción de modelos mecánicos de la teoría electromagnética.

Veamos ahora otro problema, ¿"modelo" e "interpretación" son expresiones sinónimas? En términos generales podríamos admitir —con la mayoría de los autores— la validez de la sinonimia propuesta. Carnap, sin embargo, establece algunas distinciones que no son irrelevantes:

(a) Carnap distingue entre "modelos", "estructuras modelo" e "interpretaciones". Habitualmente, estos tres conceptos son confundidos al denominar "modelos" a los tres indistintamente.[10]

(b) Un modelo de un lenguaje —en el sentido extensional del término "modelo" que es habitual en matemática— es la asignación de extensiones de la siguiente naturaleza: a cada tipo de variables se le asigna una clase de entidades de ese tipo como rango de valores de las variables y a cada constante primitiva del sistema tipo, le es asignada una extensión del mismo tipo. Cuando dos modelos tienen la misma estructura son *isomorfos.*

(c) Dado un modelo, se llama *estructura modelo* a la clase de todos los modelos isomorfos con respecto al primero.

(d) Dar una *interpretación* de un lenguaje o de un sistema axiomático equivale a asignar significados a los signos y a los enunciados, sea *formalmente* por medio de reglas semánticas explícitas o *informalmente* usando indicaciones no técnicas de cualquier forma.

(e) La interpretación y el modelo no son lo mismo, desde que no existe una correspondencia biunívoca entre ambos. Más aún, un modelo puede ser especificado mediante una interpretación. Como dice Carnap en la obra citada, dos descripciones diferentes, es decir, lógicamente no equivalentes, del *mismo* modelo representan dos interpretaciones *diferentes.*

A las precisas distinciones carnapianas, agregamos nosotros que en tanto el modelo tiene un sentido *óntico* (se refiere a denotación de *entes*), la interpretación se cumple en un plano *semántico.*

Los modelos lingüísticos

El sentido de la palabra "modelo" en la lingüística refleja una doble influencia, la del concepto matemático de modelo y la de noción

---

[10] V. R. Carnap, *Language, Modal Logic and Semantics*, en Paul Schilp (Ed.): *The Philosophy of Rudolf Carnap*, London, Cambridge University Press, 1963, pp. 901-903.

vulgar, especialmente en su significación ya explicada de norma. De acuerdo a Chao (*op cit.*), la introducción del término en un texto lingüístico se remonta al año 1944 y se debe al lingüista Harris, pero el uso técnico del concepto lingüístico hay que atribuirlo a Hockett en su trabajo *Modelos de la descripción gramatical*, publicado en 1954. Dos años después Noam Chomsky da a la publicidad su ensayo *Three Models for the Description of Language*.[11] (Una bibliografía completa del uso de los modelos en la lingüística puede verse en el trabajo ya citado de Chao).

Es posible definir un modelo general de lenguaje, aplicable a la ciencia lingüística, usando conceptos de la teoría de la información, lo que resulta factible por la naturaleza interdisciplinaria de esta teoría. Este modelo es lo bastante general como para posibilitar la representación de los caracteres del lenguaje humano en la comunicación y lo bastante preciso como para permitir el análisis lingüístico. He aquí cómo fue formulado por Leo Apostel:[12] consideremos un *emisor E* (es decir una fuente productora de mensajes), que quiere transmitir mensajes a un *receptor R* por medio de un *canal C* y utilizando un *código K*. El canal puede generar interferencias de varios tipos que se denominan *Ruido* (no existe canal totalmente exento de ruido). La misión de *R* es descifrar e interpretar el mensaje codificado por *E*. (Aclaremos que el código debe ser común a *E* y *R*). De acuerdo a este modelo, el lingüista está ubicado entre el codificador y los múltiples descodificadores y trata de inferir los códigos del emisor y del receptor a partir de los datos que observa en las comunicaciones transmitidas. Luego "compara los distintos códigos entre sí y propone una tipología definiendo su núcleo común; intenta mostrar cómo los códigos son óptimos, en ciertas situaciones determinadas, y finalmente, explica por qué razones y por qué medios los códigos se transforman" (*op. cit.* pp. 1057-1058).

Ahora usaremos el concepto de modelo lingüístico de Apostel —formulado en términos de la teoría de la información— en un ejemplo corriente. El despacho de un telegrama supone la codificación (mediante el código Morse, común al telegrafista *E* y al *R*) del mensaje. El receptor deberá descodificarlo e interpretarlo, es decir, traducirlo en palabras. Pero, en este caso, hay un doble proceso de codificación-descodificación. La primera puesta en código

---

[11] *IRE Trans. on Inform. Theory*, 1956, IT-2, 113-124.

[12] V. *Epistémologie de la linguistique*, en Jean Piaget (Ed.): *Logique et connaissance scientifique*, Paris, Gallimard, 1967, pp. 1056-1096.

(común al que quiere enviar el telegrama y al telegrafista) es cuando el sujeto traduce su pensamiento en palabras de la lengua corriente: la segunda codificación es la traducción del mensaje al código Morse. Las dos descodificaciones son, primero la del telegrafista —del código Morse a la lengua corriente— y finalmente la del destinatario del mensaje, es decir, la traducción del mensaje en ideas.

Conviene advertir que el modelo de Apostel opera como modelo con respecto al lenguaje en general, pero, a su vez, puede ser considerado una estructura que posee uno o más modelos, es decir, para usar el lenguaje de Carnap, una clase de modelos (estructura modelo), ya que uno de los modelos posibles de dicha estructura lo constituye la codificación Morse, como se ha visto en el ejemplo anteriormente citado.

El renovado interés por el estudio y la formulación de modelos que se advierte en la lingüística contemporánea es el reflejo de las tendencias formalistas que caracterizan a la denominada *lingüística teorética o matemática.* El libro de Noam Chomsky *Aspects of the Theory of Syntax*, editado cuatro veces,[13] revela una firme tendencia formalista que ya se advertía en su conocida obra *Syntactic Structures.*[14] Su definición de lenguaje —que evidentemente apunta hacia una caracterización de las lenguas naturales— es válida tanto para los lenguajes naturales como para las lenguas artificiales: un lenguaje es un conjunto finito o infinito de oraciones de extensión finita construido concatenando un conjunto finito de elementos.[15]

Los matemáticos y los lógicos modernos han desarrollado numerosos lenguajes artificiales formalizados, en cambio al lingüista le interesa el lenguaje natural, objeto de toda investigación lingüística. Chomsky, en la obra citada intenta un *análisis formal* de los lenguajes naturales. La determinación de una gramática formalizada —dice— debe basarse en una teoría de la estructura lingüística que "justifique la elección de esa gramática entre todas las

---

[13] Noam Chomsky, *Aspects of the Theory of Syntax*, The M. I. T., Massachusetts Institute of Technology, 1967.

[14] Noam Chomsky, *Syntactic Structures*, The Hague, Mouton & Co., 1965.

[15] Noam Chomsky, *L'Analyse formelle des langues naturelles* (Introduction to the Formal Analysis of Natural Languages), Mouton-Paris-La Haye, Gauthiers Villars, 1968. Obra escrita en colaboración con George A. Miller.

gramáticas posibles" (*op. cit.*, p. 8). En uno de sus estudios de mayor importancia epistemológica, publicado precisamente en el tomo colectivo *Logic, Methodology and Philosophy of Science,*[16] observa que la gramática tradicional presenta serias limitaciones desde el punto de vista de una estricta ciencia del lenguaje, la más importante de las cuales es el constante recurso a la intuición lingüística del lector. Se puede definir una gramática formalizada en el sentido de Chomsky como un sistema de reglas formuladas para producir (recursivamente) la clase de todas las oraciones. En su libro ya citado *Introduction to the Formal Analysis of Natural Languages* enumera algunos de los caracteres de esa gramática formal de los lenguajes naturales: proporcionar la forma general de dicha gramática; posibilitar la decisión (partiendo de ciertos datos básicos) entre varias gramáticas particulares eligiendo la mejor; ofrecer un método que determine la descripción estructural de un enunciado cualquiera dentro de la gramática aceptada. Chomsky descarta por utópica la posibilidad de alcanzar esa gramática general por inducción y se inclina decididamente hacia el método deductivo. Un objetivo importante de la gramática formal —y de toda lingüística matemática— es la determinación precisa de las reglas admisibles en dicha gramática.

El tratamiento puramente formal de la lingüística tropieza con un problema que *mutatis mutandis* es el mismo que preocupara a los lingüistas ante los avances de la "gramática general" del siglo pasado que reiteraba planteos y métodos inaugurados en 1660 por la *Grammaire générale et raisonée* de Port Royal: una gramática formal de los lenguajes naturales debe tener *sentido lingüístico,* es decir, que debe ser aplicable a la *experiencia lingüística.* En efecto, al lógico le interesa la *adecuación en principio* pero el lingüista busca, ante todo, la *adecuación en la práctica.*

Este problema ya había sido comprendido por Hjelmslev cuando se refirió a la necesidad de que la lingüística sea *apropiada* y, como veremos más adelante, también por Chomsky. Mas plantear un problema no significa necesariamente que se posea su solución y éste es el caso de la *adecuación en la práctica* de una gramática formal de los lenguajes naturales. Toda formulación logística de la gramática debe ser *verificada* empíricamente mediante una serie de

[16] Noam Chomsky, *Explanatory Models in Linguistics*, en E. Nagel, P. Suppes y A. Tarski, *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Stanford, California: Stanford University Press, 1962.

operaciones que implican un conjunto de pasos que, aún siendo finito, es inagotable en la práctica aunque se disponga de un poderoso computador electrónico.[17]

En su trabajo ya citado *Three Models for the Description of Language*, Chomsky describe y analiza tres modelos lingüísticos: (1) *gramática de estados finitos*, (2) *gramática de estructura de frases* y (3) *gramática transformacional*. La denominación "gramática de estados finitos" obedece a que, en este modelo lingüístico, cualquier lenguaje puede ser engendrado por un mecanismo que posea un número finito de estados diferentes y que produzca cada signo sólo en función de los signos ya producidos en cada cambio de estado. Se usan diagramas arborescentes; cada arborescencia comienza por un punto que representa una palabra que puede ocupar el lugar inicial de una frase correcta del lenguaje. El punto inicial está unido por una serie de trazos a sucesivos puntos que representan respectivamente las palabras que puedan seguir inmediatamente a la palabra inicial en frases correctas del lenguaje. Cada punto de este segundo nivel está unido, a su vez, a otros puntos que representan las palabras que pueden ocupar el tercer nivel. Se construyen tantos modelos arborescentes como palabras iniciales posibles existan en el lenguaje estudiado, lenguaje que resulta completamente representado por el conjunto de las arborescencias. Este primer modelo de Chomsky se basa en diagramas que son la representación gráfica de la relación "sucesor inmediato de" y constituye una gramática predominantemente *relacional*.

(2) La gramática de estructura de frases utiliza un sistema análogo de diagramas arborescentes pero, esta vez, basados en la idea de *clase*, no en la de *relación* como en el (1). El primer punto representa la clase "frase" —que es la clase más general del lenguaje— que luego se descompone en sub-clases. Cada nivel superior está compuesto por los productos lógicos de las clases inferiores y se usan operaciones combinadas de división y clasificación.[18] Chomsky rechaza el primer modelo porque una lengua natural no es de estado finito, por el contrario, se caracteriza por su recursividad; tampoco acepta el segundo modelo porque no da cuenta de ciertas

[17] V. Y. BAR-HILLEL, *Some Recent Results in Theoretical Linguistics*, en E. Nagel, P. Suppes y A. Tarski, obra citada, p. 554.

[18] V. O. KOVACCI, *Tendencias actuales de la gramática*, Buenos Aires, Editorial Columba, 1966, pp. 165 y siguientes, y Leo Apostel, *op. cit.*, pp. 1061-1065.

construcciones lingüísticas posibles, salvo multiplicando y complicando enormemente las reglas.

(3) Para caracterizar la gramática transformacional empezaremos por definir el concepto de *gramática generativa*: es una gramática capaz de determinar específicamente el conjunto de oraciones bien formadas[19] y asignar a cada una de ellas una (o más de una) descripción estructural. La gramática generativa se distingue de las gramáticas no generativas en que estas últimas se limitan a presentar un inventario de los elementos que aparecen en las descripciones estructurales y sus variantes contextuales.[20] Existen dos modelos de la gramática generativa: (a) el *modelo taxonómico* y (b) el *modelo transformacional;* (a) es una consecuencia directa de la lingüística estructural contemporánea (De Saussure, Hjelmslev, Harris) y (b) está más cerca de la lingüística tradicional, siendo mucho más complejo y mejor estructurado que la primera.

La primera versión de la gramática transformacional fue presentada por Chomsky en 1957;[21] en 1964 y 1965 propuso dos nuevos modelos de gramática transformacional.[22] En el modelo de 1957, propone una gramática de estructura tripartita: (a) estructura de frases, (b) estructura transformacional y (c) estructura morfonémica; en el modelo de 1964, considera una gramática de tres niveles: fonológico, sintáctico y semántico; en el modelo de 1965, conserva las tres estructuras anteriores (fonológica, sintáctica y semántica), pero distingue, dentro del componente sintáctico, dos niveles: el de las estructuras profundas y el de las estructuras superficiales.[23]

La aplicación de las nociones lógico-matemáticas de axiomática, estructura y modelo a la lingüística contemporánea ha permitido determinar cuál es la finalidad de la gramática: formular reglas que posibilitan construir palabras y frases bien formadas y reconocer si una sucesión de letras es o no una palabra bien formada

---

[19] La expresión "oraciones bien formadas" es análoga a la que se usa en lógica, en los sistemas formalizados, "fórmulas bien formadas" (abreviada en los textos ingleses, wff).

[20] V. NOAM CHOMSKY, *Current Issues in Linguistic Theory*, The Hague, Mouton & Co., 1967, p. 9.

[21] V. NOAM CHOMSKY, *Syntactic Structures*, *op. cit.*, p. 44 y sig.

[22] V., respectivamente, sus libros *Curren Issues in Linguistic Theory* y *Aspects of the Theory of Syntax*, ya citados.

[23] V. NOAM CHOMSKY, *Aspects of the Theory of Syntax*, ya citado y O. Kovacci, *op. cit.*

y si una sucesión de palabras es o no una frase correcta. En otros términos, el objeto de una gramática es determinar inequívocamente —y por un procedimiento mecánico— cuáles son las palabras y las frases de un lenguaje. Por eso una gramática formal es como un algoritmo, es decir, un conjunto de reglas que permiten caracterizar un lenguaje.

En su estudio ya citado *Explanatory Models in Linguistic*, Chomsky deja traslucir un anhelo: la formulación de un modelo gramatical de valor *predictivo* (como el de las leyes científicas). Pero ello implica el cumplimiento de dos condiciones: que la estructura del modelo sea considerada independientemente de su uso y que los ítems generados por dicha estructura no sean las expresiones que componen el discurso *real* sino las expresiones bien formadas que *deberían ser*. La lengua real es una distorsión de un esquema ideal subyacente; aquélla se compone de fragmentos anárquicos, de expresiones erróneas, etc. y "sería absurdo intentar incorporar esos fenómenos a una gramática formalizada". Este modelo es —como el título del trabajo lo indica— *explicativo* porque no sólo permite determinar el "grado de gramaticalidad"[24] de cada sucesión de morfemas y palabras sino que formularía la teoría (es decir, la explicación) de lo que, en el hablante nativo, se cumple intuitivamente. Finalmente, destaca Chomsky que, para que el modelo sea eficaz debe incluir ciertos principios heurísticos que permitan la evaluación de las respectivas expresiones del lenguaje natural considerado. La existencia de los principios heurísticos en el modelo significa la "adecuación de la gramática", en el lenguaje de Chomsky, o el carácter "apropiado", según la denominación de Hjelmslev. Chomsky distingue tres grados de adecuación: observacional, descriptiva y explicativa.[25]

Una inspiración racionalista y formalista se refleja claramente en las obras de los lingüistas modernos; por su parte, Chomsky y Hjelmslev nunca han ocultado su deuda con la lógica simbólica. Ya en 1953, Chomsky publicaba en el *Journal of Symbolic Logic*, un trabajo de neta inspiración logística titulado *Systems of Syntactic Analysis*. Los estudios científicos actuales sobre el lenguaje tienen, entre sus propósitos fundamentales, la descripción de una estructura

---

[24] V. NOAM CHOMSKY, *Degrees of Grammaticalness*, en *The Structure of Language*, editado por J. A. Fodor y J. J. Katz, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1964, pp. 384-389.

[25] V. NOAM CHOMSKY, *Aspects of the Theory of Syntax*, ya citada.

muy abstracta que posibilite la enunciación de reglas precisas referentes a la forma (sintaxis) y el sentido (semántica) de lenguajes naturales. Una gramática —dice Chomsky— debe poder explicar cualquier frase real o posible de la lengua; por eso no debe temer incurrir en lo que algunos lingüistas le han reprochado a este autor, el "mentalismo", porque la ciencia lingüística debe formular la teoría psicológica de las formas.

El hablante inventa o descubre la lengua "como si dispusiera de una gramática generativa de su propio idioma; el lingüista, en cambio, debe formular esta gramática generativa general mediante estudios comparados de gramáticas generativas *especiales*, pero no inductivamente sino con métodos deductivos. Esta gramática generativa servirá de modelo no sólo desde el punto de vista formal sino asimismo en las aplicaciones lingüísticas concretas de la práctica. Una gramática en el sentido de Chomsky es estructuralmente análoga a una teoría formal de la matemática; la axiomática puede compararse a la gramática: los *signos* de la primera corresponde a los *objetos formales* (*strings*) de la segunda y los *términos* de aquélla son equivalentes a las *proposiciones* de ésta. Una y otra poseen reglas metalógicas, sólo que en la gramática asumen una complejidad mayor. El problema de Chomsky ¿cuál es la estructura de un lenguaje natural determinado considerado como sistema formal? es semejante al que afronta el lógico y el matemático al formalizar un capítulo de la lógica o de la matemática.

Los modelos matemáticos

La popularidad de la palabra "modelo", a la que nos referíamos en la introducción de este trabajo, se extiende también a algunas de sus especificaciones, por ejemplo, a la expresión "modelos matemáticos". Entre los sociólogos, por ejemplo, se la emplea ambiguamente, con más de un significado. "Modelo matemático" puede ser un sustituto presuntuoso de "teoría matemática", quizá debido al "prestigio científico" de la palabra "matemática". Otras veces se quiere significar con la expresión "modelo" un tratamiento más simple, aunque más abstracto, del sistema original, como si las ecuaciones matemáticas tuvieran la virtud de poner de relieve, o explicar parcialmente, el modo de acción del invisible mecanismo del sistema social considerado.

Con el objeto de despejar la ambigüedad de la frase "modelo matemático", Brodbeck[26] señala tres significados de dicha expresión: (a) teoría empírica cuantificada; (b) representación aritmética de una teoría empírica y (c) teoría formalizada; (a) se refiere a una teoría cuyos términos descriptivos han sido cuantificados; (b) es una especificación de (a): los términos descriptivos son reemplazados por un conjunto de fórmulas aritméticas y (c) es el resultado de sustituir los términos descriptivos por letras que significan "formas" y no "contenidos" porque son variables carentes de sentido descriptivo.

Los pasos necesarios para construir un modelo matemático son los siguientes:

1o.) En una investigación, se identifican algunas variables relevantes, por ejemplo, en un estudio sobre el crecimiento de la población, podemos suponer que las variaciones de la población en el tiempo dependen del número de nacimientos, de defunciones y de la cantidad de personas que han abandonado y han regresado al área considerada.[27]

2o.) Se construyen hipótesis empíricas basadas en las relaciones establecidas entre las variables. En el ejemplo anteriormente citado, puede suponerse que el número de nacimientos y defunciones es proporcional al período de tiempo y al tamaño inicial de la población.

3o.) Se introducen simplificaciones, que a veces son drásticas, para facilitar la formulación matemática y la manipulación de las variables. En el estudio de la población que tomamos como ejemplo, se consideran los cambios de la población como si fueran continuos.

4o.) Se intenta resolver las ecuaciones matemáticas o, por lo menos, estudiar las características globales del sistema matemático construido.

5o.) Se extraen conclusiones con valor predictivo. Por ejemplo, una población aislada tiende a limitar su tamaño con independencia de la cantidad inicial de personas que la componen.

6o.) Se generaliza la teoría.

---

[26] V. May Brodbeck, *Models, Meaning and Theories*, Llewellyn Gross (Ed.) *Symposium on Sociological Theory*, Illinois, Row, Peterson and Co., pp. 311-347.

[27] V. A. Kostitsyn, *Mathematical Biology*, London, 1939, citado por Brodbeck, *op. cit.*, 224.

Desestimando la distinción ya establecida entre modelo e interpretación, podemos formular una *definición semántica* como la siguiente: se puede construir un modelo de un sistema axiomático formulando reglas de designación tales que hagan corresponder a cada signo primitivo un determinado designatum, y siempre que resulten verdaderas las proposiciones interpretadas correspondientes a los axiomas. Evidentemente ésta o la anterior definición de modelo gira en torno de un concepto básico, el de isomorfismo.

Un manejo estricto de la noción de modelo exige que el isomorfismo que lo define cumpla dos condiciones: 1o.) la existencia de una correspondencia biunívoca entre los elementos del modelo y de la teoría (o cosa); 2o.) la conservación de ciertas relaciones. Esta última condición es importante para determinar si el isomorfismo es o no *completo.* El modelo de una máquina de vapor *que funciona a vapor* es un ejemplo de isomorfismo completo porque en él se cumple además de la condición primera también la segunda (el funcionamiento a vapor). Un planetario es un ejemplo de modelo incompleto; el isomorfismo entre los elementos del modelo y los cuerpos celestes no es completo desde que aquél no funciona por la fuerza de la gravitación (condición 2a.).

Podríamos agregar que algunos autores omiten en la definición del isomorfismo entre la geometría y el álgebra (que es la base de la geometría analítica) especificar la condición segunda. Así, por ejemplo, debe valer la correspondencia biunívoca entre los puntos de un eje y el cuerpo de los números reales (condición 1a.) pero, asimismo, esta correspondencia debe ser *bicontinua* (condición 2a.).

Podemos concluir, pues, que el isomorfismo de un modelo con respecto al original es incompleto cuando las leyes de acuerdo a las cuales opera el modelo son diferentes de las del original.

Podemos considerar tres tipos de modelos científicos: (a) *icónico;* (b) *análogo* y (c) *simbólico.* Los modelos icónicos son representaciones, en pequeña o gran escala, de estados, objetos o hechos. Representan las propiedades relevantes basándose en esas mismas propiedades y sólo transformando la escala; por ejemplo, el mapa de una región. En los modelos *análogos,* se usa una propiedad para representar otra. Verbigracia, un sistema hidráulico puede representar a un sistema eléctrico: la corriente de agua representa a la corriente eléctrica. En los modelos *simbólicos,* las propiedades son representadas simbólicamente. Por ejemplo, una relación puede ser representada por medio de un gráfico, es decir mediante un modelo análogo. Pero esa misma relación puede ser representada mediante una ecuación, es decir, mediante un modelo simbólico. Ahora bien, si en una ecuación usada como modelo los símbolos representan cantidades, el modelo se llama *matemático*. Los modelos matemáticos, y en términos generales los modelos simbólicos, son los de mayor abstracción pero son también los que se manejan más fácilmente. Como dice Russel L. Ackoff, el esfuerzo analítico cumplido para construir un modelo es inversamente proporcional a la facilidad de su manejo una vez construido.[28]

Los modelos matemáticos empleados para simbolizar y resolver situaciones fácticas son representaciones aproximadas de las mismas, ya que una descripción matemática complicaría excesivamente el modelo. En realidad, lo que conviene es buscar el equilibrio entre la exactitud y la posibilidad de manejo desde el punto de vista matemático. (A veces, también se tienen en cuenta en la construcción de los modelos otros factores, como el tiempo, el dinero, el personal requerido, etc.).

Hay dos caminos de *aproximación* en la construcción de modelos matemáticos, uno va de lo simple a lo complejo y el otro de lo complejo a lo simple. En el primer caso, se empieza con un modelo simple que puede ser resuelto con sencillas máquinas de calcular; los resultados así obtenidos se usan luego para elaborar un modelo más complejo y refinado.[29] En el segundo caso, se parte de un modelo de manejo difícil y por sucesivas aproximaciones se llega a un modelo manejable y suficientemente seguro. Este procedimiento puede exigir la omisión deliberada de variables relevantes (aunque de no decisivo impacto en el desarrollo operatorio) que complicarían innecesariamente el proceso matemático.

Otro procedimiento para simplificar la estructura de los modelos matemáticos es el cambio de la naturaleza de la variable: variables continuas son consideradas como discretas y variables discretas son manejadas como si fueran continuas. Esta transformación es llamada por Camp *fluidización*. Asimismo, se puede simplificar un modelo modificando la forma funcional: las funciones discontinuas son manejadas como continuas y las distribuciones discretas son aproximadas por medio de funciones continuas.

---

28 V. R. L. Ackoff, *Scientific Methods: Optimizing Applied Research Decisions*, New York, London, John Wiley & Sons, Inc. 1962, p. 110.

29 G. D. Camp, *Approximation and Bounding in Opperations Research*, University of Michigan, 1957-58, citado por Ackoff, *op. cit.*, p. 118.

La construcción de modelos matemáticos implica el control continuo de su adecuación, control que tiene por objeto preservar al modelo del error. Veamos cuáles son algunos de los errores posibles:

(1) El modelo puede incluir variables irrelevantes y, por consiguiente, el resultado esperado dependerá de factores que, en realidad, nada tienen que ver con los objetivos perseguidos al construir el modelo.

(2) El modelo puede no incluir variables relevantes, necesarias y, en consecuencia, no se alcanza el resultado esperado justamente por esa falencia fundamental en la construcción del modelo.

(3) La función que vincula a las variables controlables y las incontrolables puede ser incorrecta.

(4) Los valores numéricos asignados a las variables pueden ser inexactos.

Es fácil ver el distinto grado de error en los cuatro casos enumerados. Otros riesgos acechan a los constructores de modelos formales, además de la elaboración de modelos estériles. En efecto, es posible construir un sistema axiomático a partir de un conjunto de signos primitivos y de axiomas, pero ello no garantiza que se haya descubierto una *estructura matemática real* que es, en el fondo, lo que justifica la investigación científica mediante la búsqueda de modelos formales.

A. Kaplan[30] exige dos condiciones para que un modelo sea aceptado científicamente: la fertilidad *deductiva* y la fertilidad *heurística*. Un modelo formal o matemático es deductivamente fértil si trata estructuras de las que se puede deducir consecuencias válidas y útiles científicamente. La fertilidad heurística, en cambio, se refiere a sus posibilidades como fuente de experiencias, hipótesis y conceptualizaciones.

El mayor peligro de los modelos en su hipóstasis: la identificación del modelo con la realidad. La historia de la ciencia nos ha dado innumerables muestras de esta falacia. El éter, que para Maxwell era una convención heurísticamente útil y nada más, se convierte para muchos —entre ellos para Lord Kelvin— en una materia *real*. La geometría euclidiana fue identificada durante mucho tiempo con el espacio físico, asignándole a los volúmenes físicos

[30] V. A. KAPLAN, *The Conduct of Inquiry*, obra citada, p. 284.

las propiedades establecidas en las relaciones geométricas: se suponía que la necesidad lógica que vincula los teoremas con los postulados, en los *Elementos* de Euclides, *existía* en el espacio físico.

La drástica distinción entre un modelo y una teoría, o entre un modelo y la realidad, se puede destacar mediante una cupla de expresiones: el modelo *no es* la realidad ni la teoría, sólo hay que entenderlo *como si fuera* esa realidad o esa teoría. El modelo se parece a aquello de lo cual es un modelo sólo en su estructura: todas aquellas características del sistema ajenas a su estructura también lo son con respecto al modelo.

Comparando nuevamente el modelo y la teoría, podríamos distinguir —siguiendo una clasificación formulada por Kaplan en la obra citada— entre propiedades *exógenas* y propiedades *endógenas*. Las segundas son las inherentes a la estructura; las primeras son ajenas a ella y por eso son variables y contingentes. La misma teoría puede ser interpretada mediante diversos modelos: todos ellos tendrán las mismas propiedades endógenas pero variarán al infinito las exógenas.